

宿題 (1/2)

- 次ページに示す，モーメント法，部分領域法を使用して同様の計算を実施し，結果を厳密解，他の手法と比較せよ。
 - $x=0.25, 0.50, 0.75$ での値，有効数字4桁
- 選点法で選点以外での結果を厳密解と比較して見よ。
 - 挙動の理由を説明せよ。
 - 他の選点でも試みてみよ。

宿題 (2/2)

- モーメント法 (Method of Moment)

- 重み関数 w_i を以下によって与え、残差の高次モーメントを0にする方法である：

$$w_i = \mathbf{x}^{i-1} \quad (i \geq 1)$$

- ヒント：重み関数には何を選ぶ？

- 部分領域法 (Sub-Domain Method)

- 領域 V を部分領域 V_i ($i=1 \sim n$) に分割し以下のように w_i を与える：

$$w_i = \begin{cases} 1 & V_i \text{の内部の点} \\ 0 & V_i \text{の外部の点} \end{cases}$$

- ヒント：未知数 (試行関数) は2つなので部分領域は2つ

モーメント法 (Moment Method)

- 定義により :

$$w_1 = 1, \quad w_2 = x$$

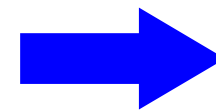
$$R(a_1, a_2, x) = x + (-2 + x - x^2)a_1 + (2 - 6x + x^2 - x^3)a_2$$

- したがって :

$$\int_0^1 R(a_1, a_2, x) 1 \, dx = 0$$

$$\int_0^1 R(a_1, a_2, x) x \, dx = 0$$

$$\begin{bmatrix} 11/6 & 11/12 \\ 11/12 & 19/20 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1/2 \\ 1/3 \end{Bmatrix}$$



$$a_1 = \frac{122}{649}, \quad a_2 = \frac{10}{59}$$

.18798

.16949

Galerkin **.19241**

.17073

$$u = \frac{x(1-x)}{649} (122 + 110x)$$

多次元のモーメント法

- モーメント法の x は「距離（腕の長さ）」に相当する
- したがって多次元では円筒座標，球座標上で使用されることが多い
 - そのような座標系の適した問題
 - 例：荷電粒子の運動等

部分領域法 (Sub-Domain Method)

- 定義により :

$$w_1 = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq 1/2) \\ 0 & (1/2 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

$$w_2 = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq 1/2) \\ 1 & (1/2 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

$$R(a_1, a_2, x) = x + (-2 + x - x^2)a_1 + (2 - 6x + x^2 - x^3)a_2$$

- したがって :

$$\int_0^{1/2} R(a_1, a_2, x) dx = 0, \quad \int_{1/2}^1 R(a_1, a_2, x) dx = 0$$

$$\begin{bmatrix} 11/12 & -53/192 \\ 11/12 & 229/192 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1/8 \\ 3/8 \end{Bmatrix} \quad \longrightarrow \quad a_1 = \frac{97}{517}, \quad a_2 = \frac{8}{47}$$

$$u = \frac{x(1-x)}{1551} (291 + 264x)$$

.18762	.17021
Galerkin .19241	.17073

選点法

```
### collocation points ?  
0.25 0.50  
### a1, a2  
0.193548E+00 0.184332E+00  
### point number for results ?  
10  
### (X, result, analytical, error)
```

0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
1.000000E-01	1.907834E-02	1.864154E-02	4.367973E-04
2.000000E-01	3.686636E-02	3.609766E-02	7.686991E-04
3.000000E-01	5.225806E-02	5.119477E-02	1.063297E-03
4.000000E-01	6.414747E-02	6.278285E-02	1.364613E-03
5.000000E-01	7.142857E-02	6.974696E-02	1.681608E-03
6.000000E-01	7.299539E-02	7.101835E-02	1.977040E-03
7.000000E-01	6.774194E-02	6.558515E-02	2.156789E-03
8.000000E-01	5.456221E-02	5.250247E-02	2.059744E-03
9.000000E-01	3.235023E-02	3.090187E-02	1.448365E-03
1.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00

← 選点の座標を入力

← a_1, a_2 を計算, 表示

← 結果を表示する点数-1 (0から1の間, 等間隔)

座標

計算結果

解析解

誤差

選点法の挙動

- 選点の分布と誤差の関係
- 境界条件の影響
- 選点に近い点は誤差が少ない
- 境界に近い点は誤差が少ない $\Psi_1 = x(1-x)$, $\Psi_2 = x^2(1-x)$
- 選点を $(1/3, 2/3)$ のように分布させると全体的に誤差は少なくなる。
 - ピーク近傍の情報

