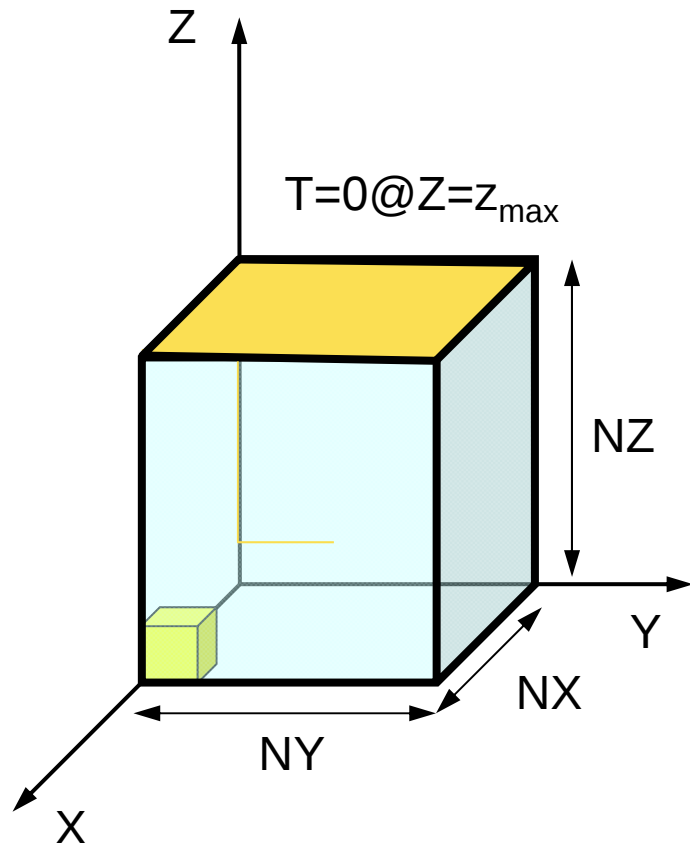


対象とする問題：三次元定常熱伝導

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q}(x, y, z) = 0$$

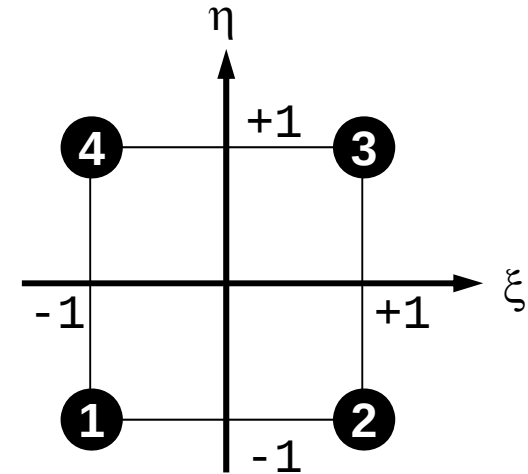


- 定常熱伝導＋発熱
- 一様な熱伝導率 λ
- 直方体
 - 一辺長さ1の立方体（六面体）要素
 - 各方向にNX・NY・NZ個
- 境界条件
 - $T=0@Z=z_{\max}$
- 体積当たり発熱量は位置（メッシュの中心の座標 x_c, y_c ）に依存
 - $\dot{Q}(x, y, z) = QVOL|x_c + y_c|$

2D自然座標系の形状関数 (1/3)

- 自然座標系における正方形上の内挿多項式は下式で与えられる：

$$T = \alpha_1 + \alpha_2 \xi + \alpha_3 \eta + \alpha_4 \xi \eta$$

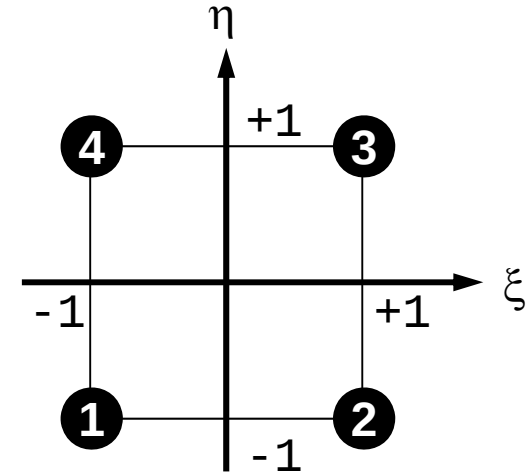


- 各節点での条件より：

$$\alpha_1 = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{4}, \quad \alpha_2 = \frac{-T_1 + T_2 + T_3 - T_4}{4},$$
$$\alpha_3 = \frac{-T_1 - T_2 + T_3 + T_4}{4}, \quad \alpha_4 = \frac{T_1 - T_2 + T_3 - T_4}{4}$$

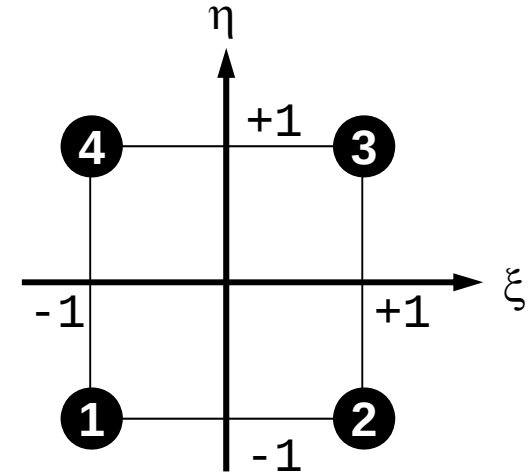
2D自然座標系の形状関数 (2/3)

$$\begin{aligned}
 T &= \alpha_1 + \alpha_2 \xi + \alpha_3 \eta + \alpha_4 \xi \eta \\
 &= \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{4} + \frac{-T_1 + T_2 + T_3 - T_4}{4} \xi + \\
 &\quad \frac{-T_1 - T_2 + T_3 + T_4}{4} \eta + \frac{T_1 - T_2 + T_3 - T_4}{4} \xi \eta \\
 &= \frac{1}{4} (1 - \xi - \eta + \xi \eta) T_1 + \frac{1}{4} (1 + \xi - \eta - \xi \eta) T_2 + \\
 &\quad \frac{1}{4} (1 + \xi + \eta + \xi \eta) T_3 + \frac{1}{4} (1 - \xi + \eta - \xi \eta) T_4 \\
 &= \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 - \eta) T_1 + \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 - \eta) T_2 + \\
 &\quad \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 + \eta) T_3 + \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 + \eta) T_4
 \end{aligned}$$



2D自然座標系の形状関数 (2/3)

$$\begin{aligned}
 T &= \alpha_1 + \alpha_2 \xi + \alpha_3 \eta + \alpha_4 \xi \eta \\
 &= \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{4} + \frac{-T_1 + T_2 + T_3 - T_4}{4} \xi + \\
 &\quad \frac{-T_1 - T_2 + T_3 + T_4}{4} \eta + \frac{T_1 - T_2 + T_3 - T_4}{4} \xi \eta \\
 &= \frac{1}{4} (1 - \xi - \eta + \xi \eta) T_1 + \frac{1}{4} (1 + \xi - \eta - \xi \eta) T_2 + \\
 &\quad \frac{1}{4} (1 + \xi + \eta + \xi \eta) T_3 + \frac{1}{4} (1 - \xi + \eta - \xi \eta) T_4 \\
 &= \overset{N_1}{\boxed{\frac{1}{4} (1 - \xi) (1 - \eta)}} T_1 + \overset{N_2}{\boxed{\frac{1}{4} (1 + \xi) (1 - \eta)}} T_2 + \\
 &\quad \overset{N_3}{\boxed{\frac{1}{4} (1 + \xi) (1 + \eta)}} T_3 + \boxed{\frac{1}{4} (1 - \xi) (1 + \eta)} T_4 \overset{N_4}{}
 \end{aligned}$$



2D自然座標系の形状関数 (3/3)

- 元の式に代入して, T_i について整理すると以下ようになる:

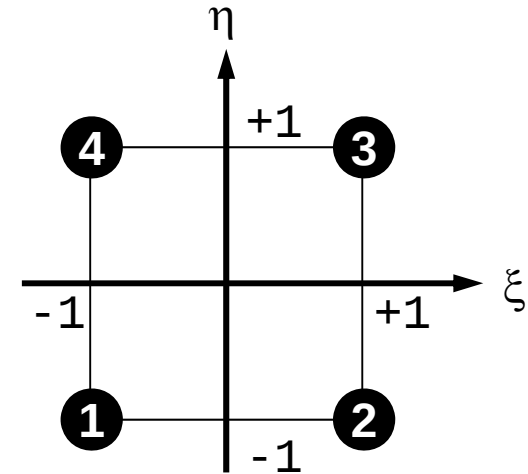
$$T = N_1 T_1 + N_2 T_2 + N_3 T_3 + N_4 T_4$$

- 形状関数 N_i は以下ようになる:

$$N_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta), \quad N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta),$$

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta), \quad N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

- 双一次 (bi-linear) 要素とも呼ばれる。
- 各節点における N_i の値を計算してみよ



cube.0 : 節点データ, 要素数,
要素タイプ (NX=NY=NZ=4)

							=5*5*5		
125									
1	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00						
2	1.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00						
3	2.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00						
4	3.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00						
5	4.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00						
6	0.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00						
7	1.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00						
8	2.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00						
9	3.000000E+00	1.000000E+00	0.000000E+00						
(途中省略)									
121	0.000000E+00	4.000000E+00	4.000000E+00						
122	1.000000E+00	4.000000E+00	4.000000E+00						
123	2.000000E+00	4.000000E+00	4.000000E+00						
124	3.000000E+00	4.000000E+00	4.000000E+00						
125	4.000000E+00	4.000000E+00	4.000000E+00						
64							=4*4*4		
361	361	361	361	361	361	361	361	361	361
361	361	361	361	361	361	361	361	361	361
361	361	361	361	361	361	361	361	361	361
361	361	361	361	361	361	361	361	361	361
361	361	361	361	361	361	361	361	361	361
361	361	361	361	361	361	361	361	361	361
361	361	361	361						

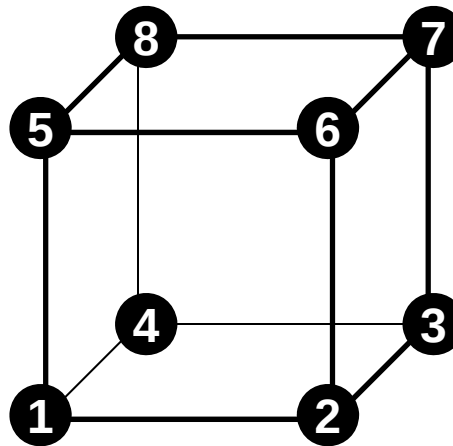
メッシュ生成コード : mgcube.f (4/5)

```

icou= 0
imat= 1
do k= 1, NZ
do j= 1, NY
do i= 1, NX
  icou= icou + 1
  in1 = (k-1)*IBNODTOT + (j-1)*NXP1 + i
  in2 = in1 + 1
  in3 = in2 + NXP1
  in4 = in3 - 1
  in5 = in1 + IBNODTOT
  in6 = in2 + IBNODTOT
  in7 = in3 + IBNODTOT
  in8 = in4 + IBNODTOT
  & write (12, '(10i10)') icou, imat, in1, in2, in3, in4,
    & in5, in6, in7, in8
enddo
enddo
enddo

```

& imat : 材料番号 (=1)



cube.0 : 要素データ

1	1	1	2	7	6	26	27	32	31
2	1	2	3	8	7	27	28	33	32
3	1	3	4	9	8	28	29	34	33
4	1	4	5	10	9	29	30	35	34
5	1	6	7	12	11	31	32	37	36
6	1	7	8	13	12	32	33	38	37
7	1	8	9	14	13	33	34	39	38
8	1	9	10	15	14	34	35	40	39
9	1	11	12	17	16	36	37	42	41
10	1	12	13	18	17	37	38	43	42
11	1	13	14	19	18	38	39	44	43
12	1	14	15	20	19	39	40	45	44
13	1	16	17	22	21	41	42	47	46
(途中省略)									
42	1	62	63	68	67	87	88	93	92
43	1	63	64	69	68	88	89	94	93
44	1	64	65	70	69	89	90	95	94
45	1	66	67	72	71	91	92	97	96
46	1	67	68	73	72	92	93	98	97
47	1	68	69	74	73	93	94	99	98
48	1	69	70	75	74	94	95	100	99
49	1	76	77	82	81	101	102	107	106
50	1	77	78	83	82	102	103	108	107
51	1	78	79	84	83	103	104	109	108
52	1	79	80	85	84	104	105	110	109
53	1	81	82	87	86	106	107	112	111
54	1	82	83	88	87	107	108	113	112
55	1	83	84	89	88	108	109	114	113
56	1	84	85	90	89	109	110	115	114
57	1	86	87	92	91	111	112	117	116
58	1	87	88	93	92	112	113	118	117
59	1	88	89	94	93	113	114	119	118
60	1	89	90	95	94	114	115	120	119
61	1	91	92	97	96	116	117	122	121
62	1	92	93	98	97	117	118	123	122
63	1	93	94	99	98	118	119	124	123
64	1	94	95	100	99	119	120	125	124

$NX=NY=NZ=4$, $NXP1=NYP1=NZP1=5$

$ICELTOT= 64$, $INODTOT= 125$, $IBNODTOT= 25$

k=1

			24	<u>16</u>	25
			19		20
11	12				
6	<u>5</u>	7	8	9	10
	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	
1	2	3	4	5	

k=2

			49	<u>32</u>	50
			44		45
36	37				
31	<u>21</u>	32	33	34	35
	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	
26	27	28	29	30	

k=3

			74	<u>48</u>	75
			69		70
61	62				
56	<u>37</u>	57	58	59	60
	<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	
51	52	53	54	55	

k=5

			124	<u>64</u>	125
			119		120
111	112				
106	<u>53</u>	107	108	109	110
	<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	
101	102	103	104	105	

k=4

			99	<u>64</u>	100
			94		95
86	87				
81	<u>53</u>	82	83	84	85
	<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	
76	77	78	79	80	