宿題（1/2）

- 次ページに示す，モーメント法，部分領域法を使用して同様の計算を実施し，結果を厳密解，他の手法と比較せよ。
  - x=0.25, 0.50, 0.75での値，有効数字4桁
- 選点法で選点以外での結果を厳密解と比較して見よ。
  - 挙動の理由を説明せよ。
  - 他の選点でも試みてみよ。

宿題（2/2）

- モーメント法（Method of Moment）
  - 重み関数 w_i を以下によって与え，残差の高次モーメントを0にする方法である：

$$w_i = \mathbf{x}^{i-1} \quad (i \geq 1)$$

  - ヒント：重み関数には何を選ぶ？

- 部分領域法（Sub-Domain Method）
  - 領域Vを部分領域V_i（$i=1 \sim n$）に分割し以下のようにw_i を与える：

$$w_i = \begin{cases} 1 & V_i\text{の内部の点} \\ 0 & V_i\text{の外部の点} \end{cases}$$

  - ヒント：未知数は2つなので部分領域は2つ

モーメント法（Moment Method）

- 定義により：

$$w_1 = 1, \quad w_2 = x$$

$$R(a_1, a_2, x) = x + (-2 + x - x^2)a_1 + (2 - 6x + x^2 - x^3)a_2$$

- したがって：

$$\int_0^1 R(a_1, a_2, x) 1\, dx = 0$$

$$\int_0^1 R(a_1, a_2, x)\, x\, dx = 0$$

$$\begin{bmatrix} 11/6 & 11/12 \\ 11/12 & 19/20 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1/2 \\ 1/3 \end{Bmatrix} \Rightarrow a_1 = \frac{122}{649}, \quad a_2 = \frac{10}{59}$$

	a_1	a_2
	.18798	**.16949**
Galerkin	**.19241**	**.17073**

$$u = \frac{x(1-x)}{649}(122 + 110x)$$

多次元のモーメント法

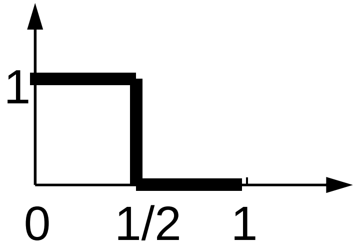
- モーメント法のxは「距離（腕の長さ）」に相当する

- したがって多次元では円筒座標，球座標上で使用されることが多い
  - そのような座標系の適した問題
    - 例：荷電粒子の運動等

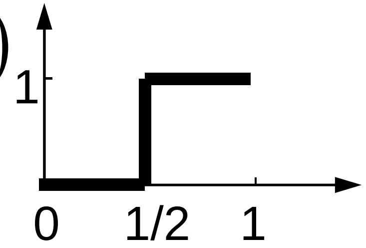
部分領域法（Sub-Domain Method）

- 定義により：

$$w_1 = \begin{cases} 1 & (0 \le x \le 1/2) \\ 0 & (1/2 \le x \le 1) \end{cases}$$



$$w_2 = \begin{cases} 0 & (0 \le x \le 1/2) \\ 1 & (1/2 \le x \le 1) \end{cases}$$



$$R(a_1, a_2, x) = x + (-2 + x - x^2)a_1 + (2 - 6x + x^2 - x^3)a_2$$

- したがって：

$$\int_0^{1/2} R(a_1, a_2, x)\,dx = 0, \quad \int_{1/2}^{1} R(a_1, a_2, x)\,dx = 0$$

$$\begin{bmatrix} 11/12 & -53/192 \\ 11/12 & 229/192 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1/8 \\ 3/8 \end{Bmatrix} \Rightarrow a_1 = \frac{97}{517}, \quad a_2 = \frac{8}{47}$$

	a_1	a_2
	.18762	.17021
Galerkin	.19241	.17073

$$u = \frac{x(1-x)}{1551}(291 + 264x)$$

選点法

```
### collocation points ?
0.25 0.50
 ### a1, a2
    0.193548E+00    0.184332E+00
 ### point number for results ?
10
 ### (X, result, analytical, error)
    0.000000E+00    0.000000E+00    0.000000E+00    0.000000E+00
    1.000000E-01    1.907834E-02    1.864154E-02    4.367973E-04
    2.000000E-01    3.686636E-02    3.609766E-02    7.686991E-04
    3.000000E-01    5.225806E-02    5.119477E-02    1.063297E-03
    4.000000E-01    6.414747E-02    6.278285E-02    1.364613E-03
    5.000000E-01    7.142857E-02    6.974696E-02    1.681608E-03
    6.000000E-01    7.299539E-02    7.101835E-02    1.977040E-03
    7.000000E-01    6.774194E-02    6.558515E-02    2.156789E-03
    8.000000E-01    5.456221E-02    5.250247E-02    2.059744E-03
    9.000000E-01    3.235023E-02    3.090187E-02    1.448365E-03
    1.000000E+00    0.000000E+00    0.000000E+00    0.000000E+00
```

選点の座標を入力

a_1,a_2を計算，表示

結果を表示する点数-1（0から1の間，等間隔）

座標　　計算結果　　解析解　　誤差

選点法の挙動

- 選点の分布と誤差の関係
- 境界条件の影響
- 選点に近い点は誤差が少ない
- 境界に近い点は誤差が少ない $\Psi_1 = x(1-x), \quad \Psi_2 = x^2(1-x)$
- 選点を（1/3，2/3）のように分布させると全体的に誤差は少なくなる。
  - ピーク近傍の情報