

並列アプリケーション開発法入門(II)

並列分散データ構造・領域分割

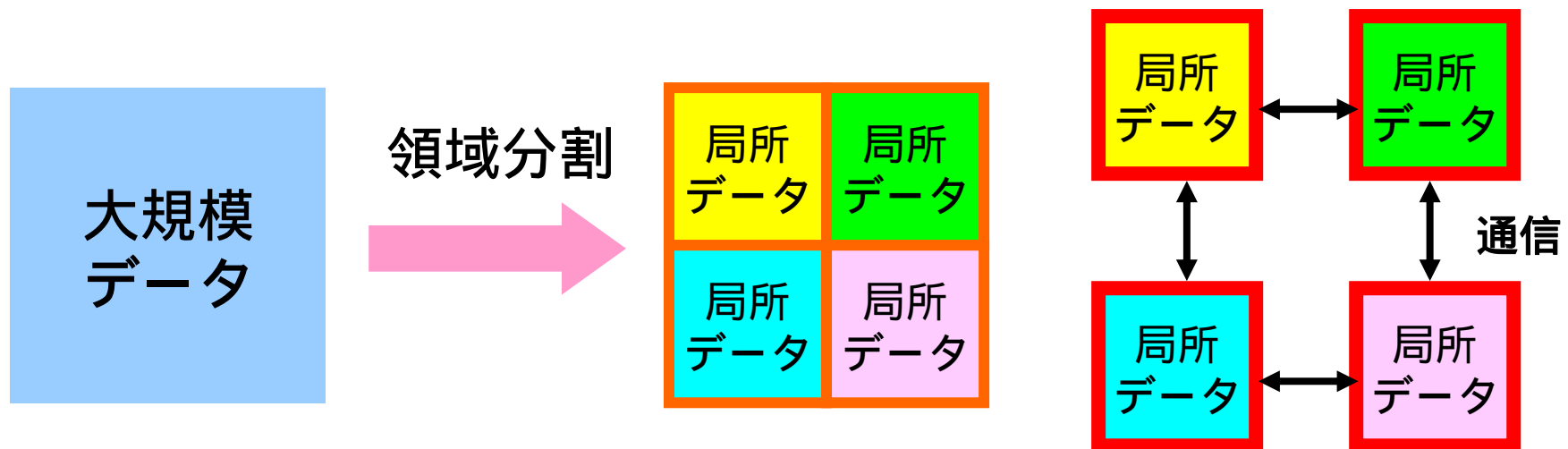
2007年7月4日

中島研吾

並列計算プログラミング(616-2057)・先端計算機演習I(616-4009)

領域分割とは?

- 1GB程度のPC → 10^6 メッシュが限界:FEM
 - 1000km × 1000km × 1000kmの領域(西南日本)を1kmメッシュで切ると 10^9 メッシュになる
- 大規模データ → 領域分割, 局所データ並列処理
- 全体系計算 → 領域間の通信が必要



- **有限体積法（FVM）における並列計算と局所データ構造の考え方**
- 領域分割手法について
- eps_fvmにおける領域分割機能：eps_fvm_part
- eps_fvm「並列化」に向けて

対象とするアプリケーションの概要

- 支配方程式: 三次元定常熱伝導方程式

- 物性の温度依存性無し, 等方性

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = 0$$

- 有限体積法 (Finite Volume Method) による空間離散化

- 任意形状の要素, 要素中心で変数を定義。

- 直接差分法 (Direct Finite Difference Method) とも呼ばれる。

- 境界条件

- ディリクレ (温度固定), ノイマン (境界熱流束), 体積発熱

- 反復法による連立一次方程式解法

- 共役勾配法 (CG) + 対角スケーリング (点ヤコビ) 前処理

- Parallel, Serial

有限体積法

- セル中心型有限体積法
 - 「直接差分法」
 - ガウスグリーン型有限体積法
- 任意形状の要素を扱うことが可能
 - 均等メッシュでない場合は空間について一次精度
- 各要素の体積, 要素間の接続関係(接触面積, 重心(本当は「外心」)から接触面への距離)などを予め指定する必要があるため, メッシュ作成は多少面倒
- 境界面, ディリクレ境界条件(温度固定)の扱いが問題

CG法による一次元熱伝導方程式 計算プログラム(課題S3)

- 前処理付き共役勾配法
 - Preconditioned Conjugate Gradient Method
 - 対称正定行列用
- 対角スケーリング (Diagonal Scaling)
 - [A] の対角成分のみからなる行列を前処理行列 [M] とする。
 - 簡単(な問題)にしか適用できない。
 - 点ヤコビ (Point Jacobi) 前処理とも呼ばれる。

```

Compute  $r^{(0)} = b - [A] x^{(0)}$ 
for  $i = 1, 2, \dots$ 
  solve  $[M] z^{(i-1)} = r^{(i-1)}$ 
   $\rho_{i-1} = r^{(i-1)} z^{(i-1)}$ 
  if  $i = 1$ 
     $p^{(1)} = z^{(0)}$ 
  else
     $\beta_{i-1} = \rho_{i-1} / \rho_{i-2}$ 
     $p^{(i)} = z^{(i-1)} + \beta_{i-1} p^{(i-1)}$ 
  endif
   $q^{(i)} = [A] p^{(i)}$ 
   $\alpha_i = \rho_{i-1} / p^{(i)} q^{(i)}$ 
   $x^{(i)} = x^{(i-1)} + \alpha_i p^{(i)}$ 
   $r^{(i)} = r^{(i-1)} - \alpha_i q^{(i)}$ 
  check convergence  $|r|$ 
end

```

前処理付き共役勾配法

Preconditioned Conjugate Gradient Method (CG)

```

Compute  $\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{b} - [\mathbf{A}]\mathbf{x}^{(0)}$ 
for i= 1, 2, ...
  solve  $[\mathbf{M}]\mathbf{z}^{(i-1)} = \mathbf{r}^{(i-1)}$ 
   $\rho_{i-1} = \mathbf{r}^{(i-1)} \mathbf{z}^{(i-1)}$ 
  if i=1
     $\mathbf{p}^{(1)} = \mathbf{z}^{(0)}$ 
  else
     $\beta_{i-1} = \rho_{i-1} / \rho_{i-2}$ 
     $\mathbf{p}^{(i)} = \mathbf{z}^{(i-1)} + \beta_{i-1} \mathbf{p}^{(i)}$ 
  endif
   $\mathbf{q}^{(i)} = [\mathbf{A}]\mathbf{p}^{(i)}$ 
   $\alpha_i = \rho_{i-1} / \mathbf{p}^{(i)} \mathbf{q}^{(i)}$ 
   $\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i-1)} + \alpha_i \mathbf{p}^{(i)}$ 
   $\mathbf{r}^{(i)} = \mathbf{r}^{(i-1)} - \alpha_i \mathbf{q}^{(i)}$ 
  check convergence  $|\mathbf{r}|$ 
end

```

並列計算, 領域間通信が必要な部分

- 行列ベクトル積
- 内積

共役勾配法の「並列化」(1/2)

- 行列ベクトル積

- 課題S2で作成したような、領域境界データの交換を実施して、外点のベクトル値の最新値を得ておく。

```
!C  
!C-- {q} = [A] {p}
```

```
exchange W(i,P)
```

```
do i= 1, N  
  W(i,Q) = DIAG(i)*W(i,P)  
  do j= INDEX(i-1)+1, INDEX(i)  
    W(i,Q) = W(i,Q) + AMAT(j)*W(ITEM(j),P)  
  enddo  
enddo
```


共役勾配法の「並列化」(2/2)

- 内積
 - MPI_ALLREDUCE

```
!C
!C +-----+
!C | RHO= {r}{z} |
!C +-----+
!C===
      RHO= 0.d0

      do i= 1, N
        RHO= RHO + W(i,R)*W(i,Z)
      enddo

      allreduce RHO

!C===
```

S3: 一次元熱伝導方程式

並列版 (s3a.f, SEND/RECV使用) (1/3)

```

!C
!C 1D Poisson Equation Solver by
!C CG (Conjugate Gradient) Method
!C
!C  $d/dx(dPHI/dx) + BF = 0$ 
!C PHI=0@x=0
!C
!C
!C program CG_poi
!C implicit REAL*8 (A-H,O-Z)
!C include 'mpif.h'
!C
!C integer :: PETOT, my_rank, ierr
!C integer :: N, ITERmax
!C integer :: R, Z, P, Q, DD
!C
!C real(kind=8) :: dx, RESID, dPHI, dPHImax, BF, EPS
!C real(kind=8), dimension(:), allocatable :: PHI, RHS
!C real(kind=8), dimension(: ), allocatable :: DIAG, AMAT
!C real(kind=8), dimension(:,:), allocatable :: W
!C
!C integer, dimension(: ), allocatable :: INDEX, ITEM
!C
!C integer(kind=4) :: NEIBPETOT, BUFlength
!C integer(kind=4), dimension(2) :: NEIBPE
!C
!C integer(kind=4), dimension(0:2) :: import_index, export_index
!C integer(kind=4), dimension( 2) :: import_item , export_item
!C
!C real(kind=8), dimension(2) :: SENDbuf, RECVbuf
!C
!C integer(kind=4), dimension(:), allocatable :: stat1

```

S3: 一次元熱伝導方程式

並列版(s3a.f, SEND/RECV使用) (2/3)

一般化された通信テーブル

```
!C
!C-- COMMUNICATION
  NEIBPETOT= 2
  if (my_rank.eq.0      ) NEIBPETOT= 1
  if (my_rank.eq.PETOT-1) NEIBPETOT= 1
  if (PETOT.eq.1)      NEIBPETOT= 0

  NEIBPE(1)= my_rank - 1
  NEIBPE(2)= my_rank + 1

  if (my_rank.eq.0      ) NEIBPE(1)= my_rank + 1
  if (my_rank.eq.PETOT-1) NEIBPE(1)= my_rank - 1

  BUFlength= 1

  import_index= 0
  export_index= 0
  import_item = 0
  export_item = 0

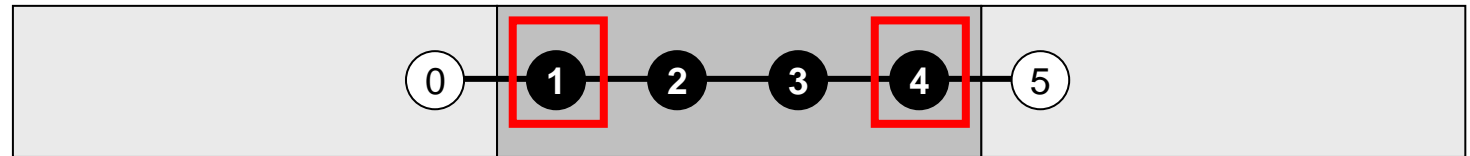
  import_index(1)= 1
  import_index(2)= 2
  import_item (1)= 0
  import_item (2)= N+1

  export_index(1)= 1
  export_index(2)= 2
  export_item (1)= 1
  export_item (2)= N

  if (my_rank.eq.0) then
    import_item (1)= N+1
    export_item (1)= N
  endif
```

1D差分法の並列計算に必要な情報 通信テーブル

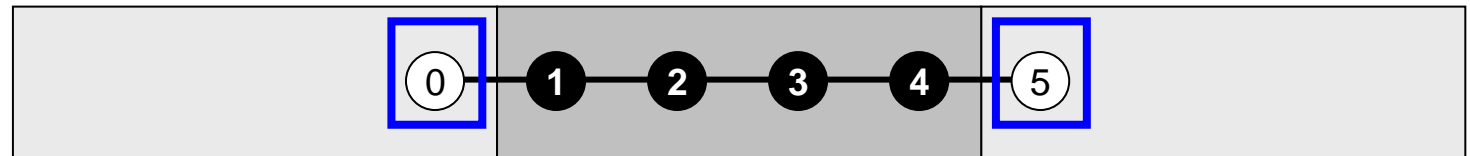
隣接PEへの
送信(境界点)



SENDbuf (1) = BUF (1)

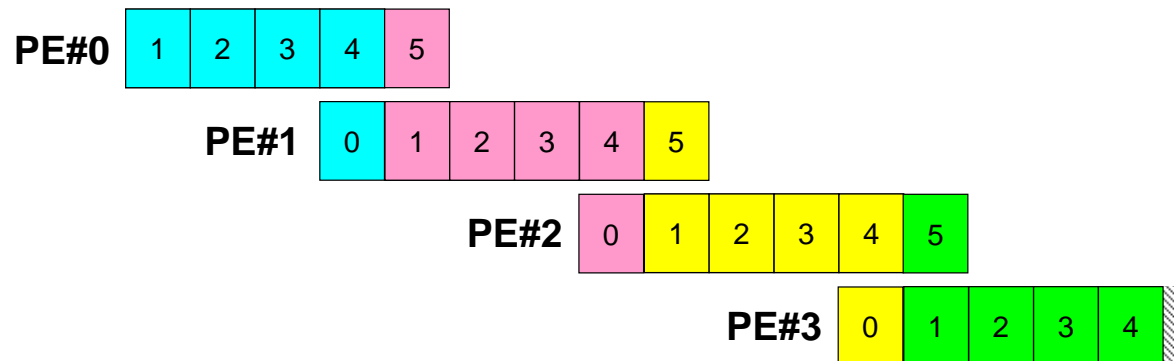
SENDbuf (2) = BUF (4)

隣接PEからの
受信(外点)

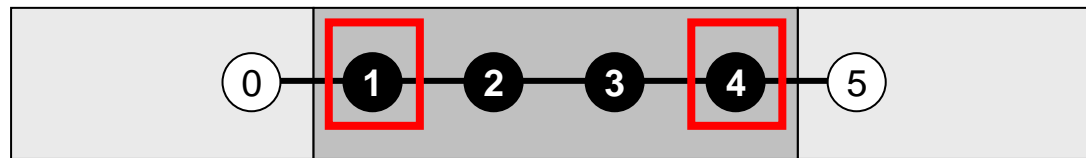


BUF (0) = RECVbuf (1)

BUF (5) = RECVbuf (2)

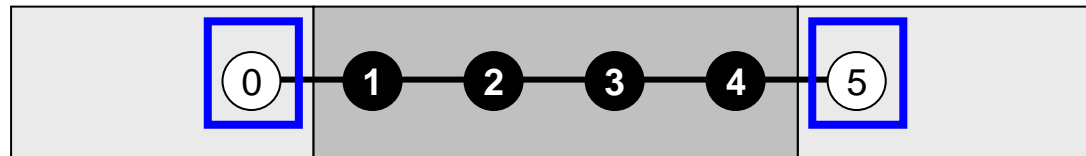


一般化された通信テーブル



SENDbuf (1) = BUF (1)

SENDbuf (2) = BUF (4)



BUF (0) = RECVbuf (1)

BUF (5) = RECVbuf (2)

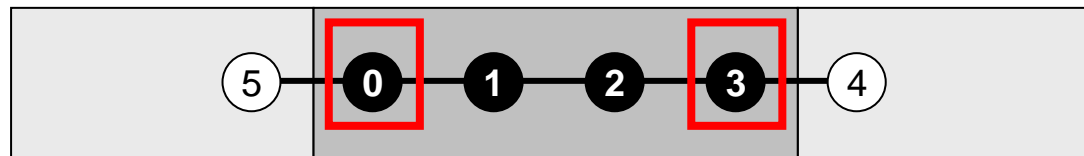
```
NEIBPETOT= 2
NEIBPE(1)= my_rank - 1
NEIBPE(2)= my_rank + 1
```

```
import_index(1)= 1
import_index(2)= 2
import_item (1)= 0
import_item (2)= N+1
```

```
export_index(1)= 1
export_index(2)= 2
export_item (1)= 1
export_item (2)= N
```

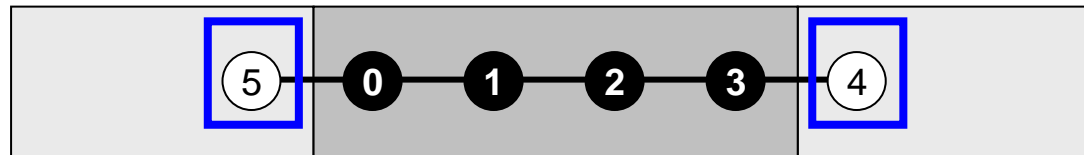
```
if (my_rank.eq.0) then
  import_item (1)= N+1
  export_item (1)= N
  NEIBPE(1)= my_rank+1
endif
```

一般化された通信テーブル:C言語



SENDbuf (1) = BUF (1)

SENDbuf (2) = BUF (4)



BUF (0) = RECVbuf (1)

BUF (5) = RECVbuf (2)

```
NEIBPETOT= 2
NEIBPE(1)= my_rank - 1
NEIBPE(2)= my_rank + 1
```

```
import_index(1)= 1
import_index(2)= 2
import_item (1)= N+1
import_item (2)= N
```

```
export_index(1)= 1
export_index(2)= 2
export_item (1)= 0
export_item (2)= N-1
```

```
if (my_rank.eq.0) then
  import_item (1)= N
  export_item (1)= N-1
  NEIBPE(1)= my_rank+1
endif
```

S3: 一次元熱伝導方程式

並列版 (s3a.f, SEND/RECV使用) (3/3)

一般化された通信テーブル

```

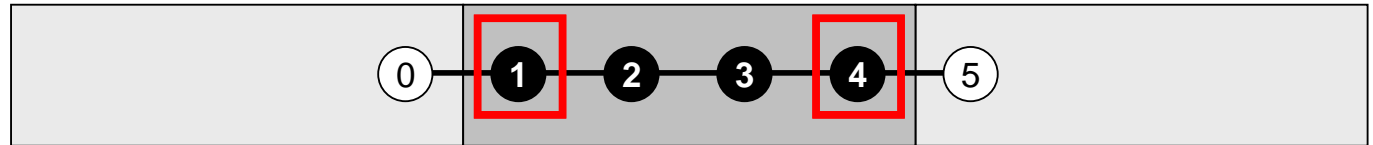
!C
!C-- {q}= [A]{p}
!C-   init
      do neib= 1, NEIBPETOT
        do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
          kk= export_item(k)
          SENDbuf(k)= W(kk,P)
        enddo
      enddo

!C
!C-- SEND & RECV.
      do neib= 1, NEIBPETOT
        is= export_index(neib-1) + 1
        ir= import_index(neib-1) + 1
        len_s= export_index(neib) - export_index(neib-1)
        len_r= import_index(neib) - import_index(neib-1)
        call MPI_SENDRECV
&          (SENDbuf(is), len_s, MPI_DOUBLE_PRECISION,NEIBPE(neib),0,&
&          RECVbuf(ir), len_r, MPI_DOUBLE_PRECISION,NEIBPE(neib),0,&
&          MPI_COMM_WORLD, stat1, ierr)
      enddo

!C-   update
      do neib= 1, NEIBPETOT
        do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
          kk= import_item(k)
          W(kk,P)= RECVbuf(k)
        enddo
      enddo
      do i= 1, N
        W(i,Q) = DIAG(i)*W(i,P)
        do j= INDEX(i-1)+1, INDEX(i)
          W(i,Q) = W(i,Q) + AMAT(j)*W(ITEM(j),P)
        enddo
      enddo

```

送信：一次元問題



- 送信相手
 - NEIBPETOT, NEIB(neib)
 - NEIBPETOT=2, NEIB(1)= my_rank-1, NEIB(2)= my_rank+1
- それぞれの送信相手に送るメッセージサイズ
 - export_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT
 - export_index(0)=0, export_index(1)= 1, export_index(2)= 2
- 「境界点」番号
 - export_item(k), k= 1, export_index(NEIBPETOT)
 - export_item(1)= 1, export_item(2)= N
- それぞれの送信相手に送るメッセージ
 - SENDbuf(k), k= 1, export_index(NEIBPETOT)
 - SENDbuf(1)= BUF(1), SENDbuf(2)= BUF(N)

S3: 一次元熱伝導方程式

並列版 (s3a.f, SEND/RECV使用) (3/3)

一般化された通信テーブル

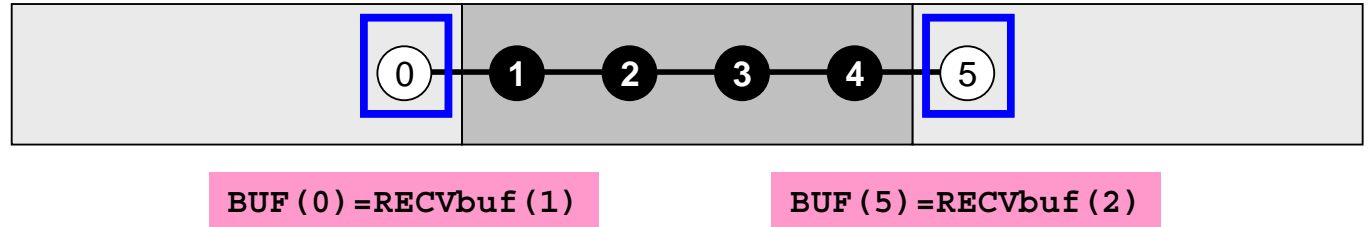
```

!C
!C-- {q} = [A]{p}
!C-   init
      do neib= 1, NEIBPETOT
        do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
          kk= export_item(k)
          SENDbuf(k) = W(kk,P)
        enddo
      enddo

!C
!C-- SEND & RECV.
      do neib= 1, NEIBPETOT
        is= export_index(neib-1) + 1
        ir= import_index(neib-1) + 1
        len_s= export_index(neib) - export_index(neib-1)
        len_r= import_index(neib) - import_index(neib-1)
        call MPI_SENDRECV
&          (SENDbuf(is), len_s, MPI_DOUBLE_PRECISION, NEIBPE(neib), 0, &
&          RECVbuf(ir), len_r, MPI_DOUBLE_PRECISION, NEIBPE(neib), 0, &
&          MPI_COMM_WORLD, stat1, ierr)
      enddo
!C-   update
      do neib= 1, NEIBPETOT
        do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
          kk= import_item(k)
          W(kk,P) = RECVbuf(k)
        enddo
      enddo
      do i= 1, N
        W(i,Q) = DIAG(i)*W(i,P)
        do j= INDEX(i-1)+1, INDEX(i)
          W(i,Q) = W(i,Q) + AMAT(j)*W(ITEM(j),P)
        enddo
      enddo

```

受信:一次元問題



- 受信相手
 - NEIBPETOT, NEIB(neib)
 - NEIBPETOT=2, NEIB(1)= my_rank-1, NEIB(2)= my_rank+1
- それぞれの受信相手から受け取るメッセージサイズ
 - import_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT
 - import_index(0)=0, import_index(1)= 1, import_index(2)= 2
- 「外点」番号
 - import_item(k), k= 1, import_index(NEIBPETOT)

共役勾配法による一次元熱伝導問題 における「並列化」(課題S3)

- MPIによる並列化
- 局所データ構造
 - オーバーラップ領域を持つ
 - 局所要素番号
 - 一般化された通信テーブルを使用すると便利
- アルゴリズムの変更
 - 基本的に無し
 - 共役勾配法における通信(行列ベクトル積, 内積)

有限体積法における並列計算

アルゴリズム：並列反復解法と局所データ構造

- MPIによる並列反復法
- 「FVM / 並列反復法」の特性を生かした局所データ構造
 - FVM：要素単位の処理
 - より正しくは「FVM + 並列反復法」を効率よく実現する局所データ構造
- 基本的には課題S3（すなわち課題S2）と同じ考え方で良いであろう

有限体積法による空間離散化

熱流束に関するつりあい式

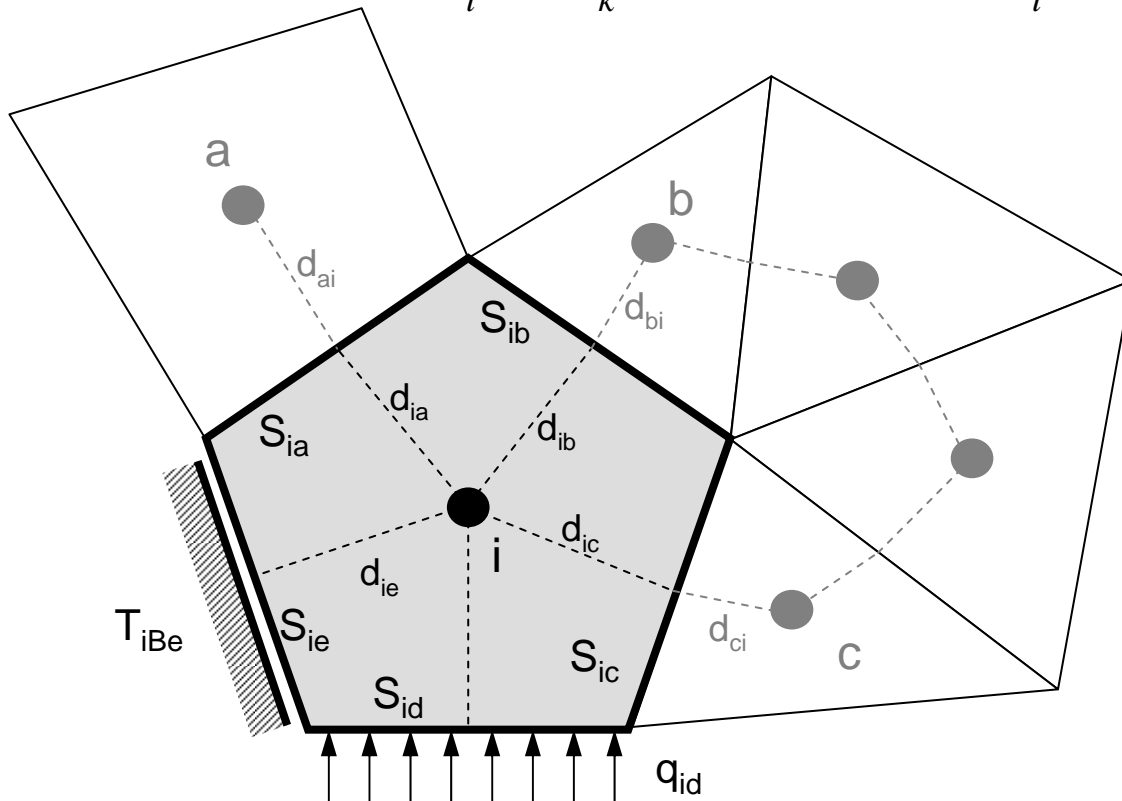
隣接要素との熱伝導

温度固定境界

$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

要素境界面
通過熱流束

体積発熱



λ : 熱伝導率

V_i : 要素体積

S : 表面面積

d_{ij} : 要素中心から表面までの距離

q : 表面フラックス

Q : 体積発熱

T_{iB} : 境界温度

有限体積法（FVM）における処理の特徴

- 計算にあたっては，隣接した要素の情報のみが必要。
- 局所的な処理が可能。
- したがって並列計算には適した手法である。

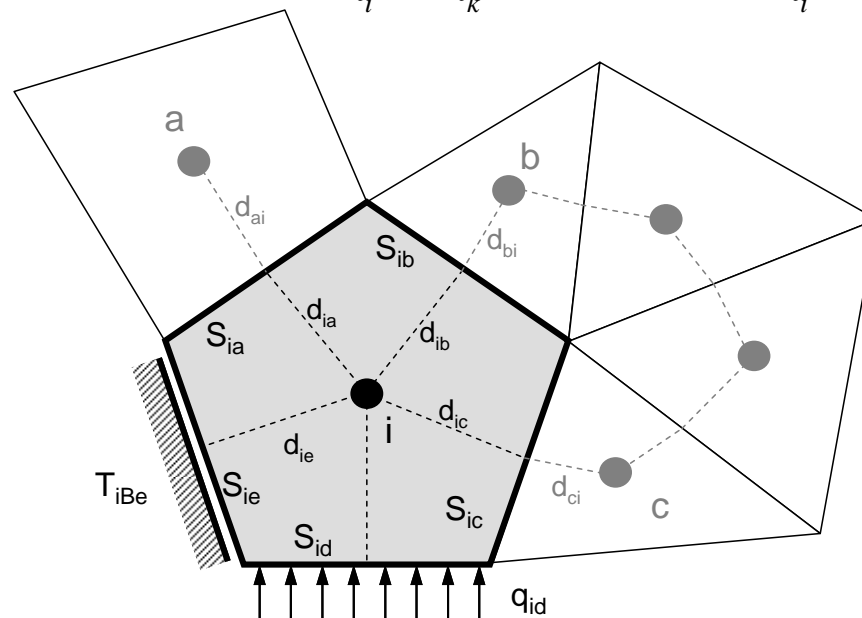
隣接要素との熱伝導

温度固定境界

$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

要素境界面
通過熱流束

体積発熱



λ : 熱伝導率
 V_i : 要素体積
 S : 表面面積
 d_{ij} : 要素中心から表面までの距離
 q : 表面フラックス
 Q : 体積発熱
 T_{iB} : 境界温度

並列データ構造の考え方

- 一次元の場合
 - 領域において $i=1\sim N$ の要素があるとすると、基本的に「0」番目と「 $N+1$ 」番目が他領域からのデータである。
- 二次元の場合
 - もっと難しい。
 - 差分格子の場合「MPI_CART_XXXX」というサブルーチン群を使って並列化を簡単に実施可能（気候・気象シミュレーション）。
 - ここでは、「二次元差分法」を例にとり、より一般的な場合にも対応できるような方法を考えてみる。
- アルゴリズムとデータ構造
 - アルゴリズム（並列二次元差分法）を実現するために適切なデータ構造を設計する。

並列計算を実施する場合には？

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

並列計算を実施する場合には？

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

3領域に分割

#PE2

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>

#PE1

<u>24</u>	<u>25</u>
<u>19</u>	<u>20</u>
<u>14</u>	<u>15</u>
<u>9</u>	<u>10</u>

#PE0

<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>		
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

有限体積法：隣接メッシュの情報が必要

熱流束に関するつりあい式

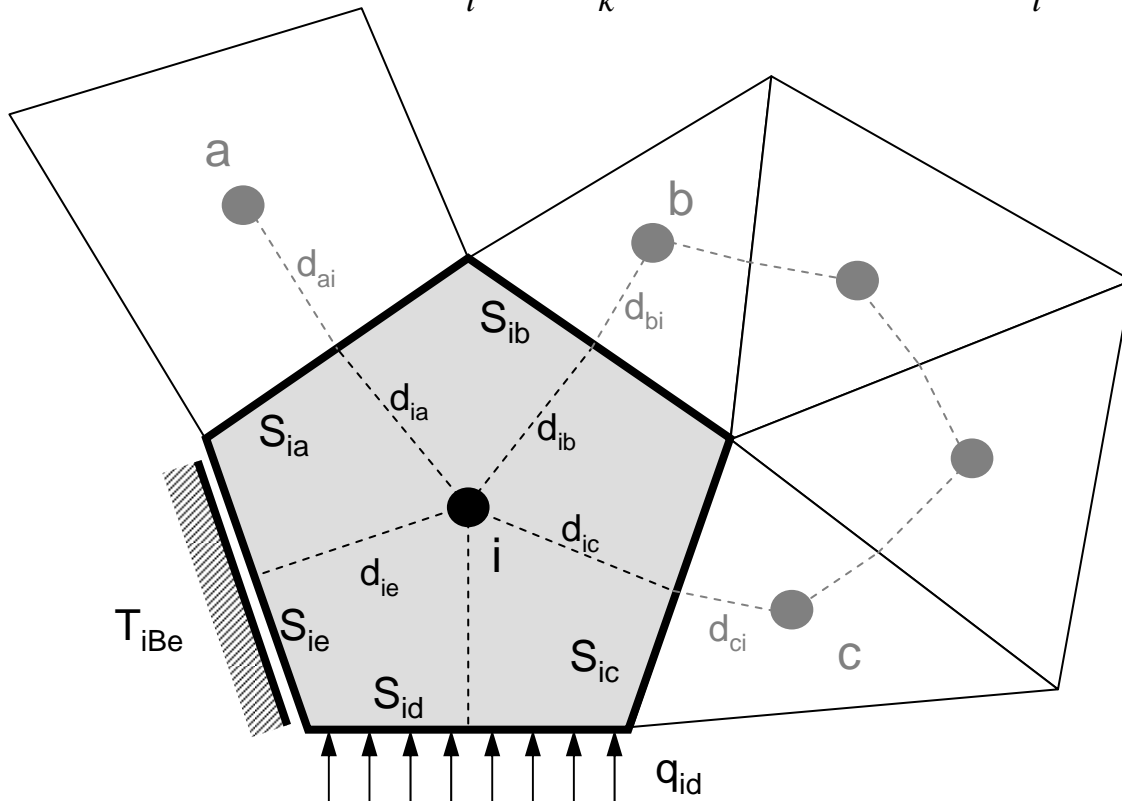
隣接要素との熱伝導

温度固定境界

$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

要素境界面
通過熱流束

体積発熱



λ : 熱伝導率

V_i : 要素体積

S : 表面面積

d_{ij} : 要素中心から表面までの距離

q : 表面フラックス

Q : 体積発熱

T_{iB} : 境界温度

#PE2 オーバーラップ領域のデータ必要

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	

<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE0

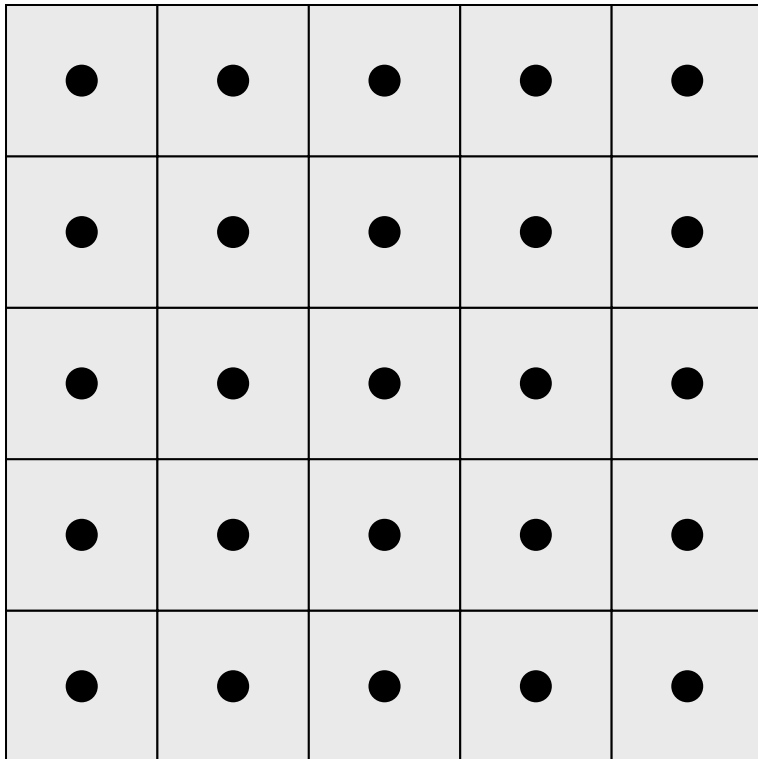
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE1

有限体積法

各領域に必要な情報(1/4)

内点 (Internal Points)
その領域にアサインされた要素



有限体積法

各領域に必要な情報(2/4)

●	●	●	●	●	
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●

内点 (Internal Points)

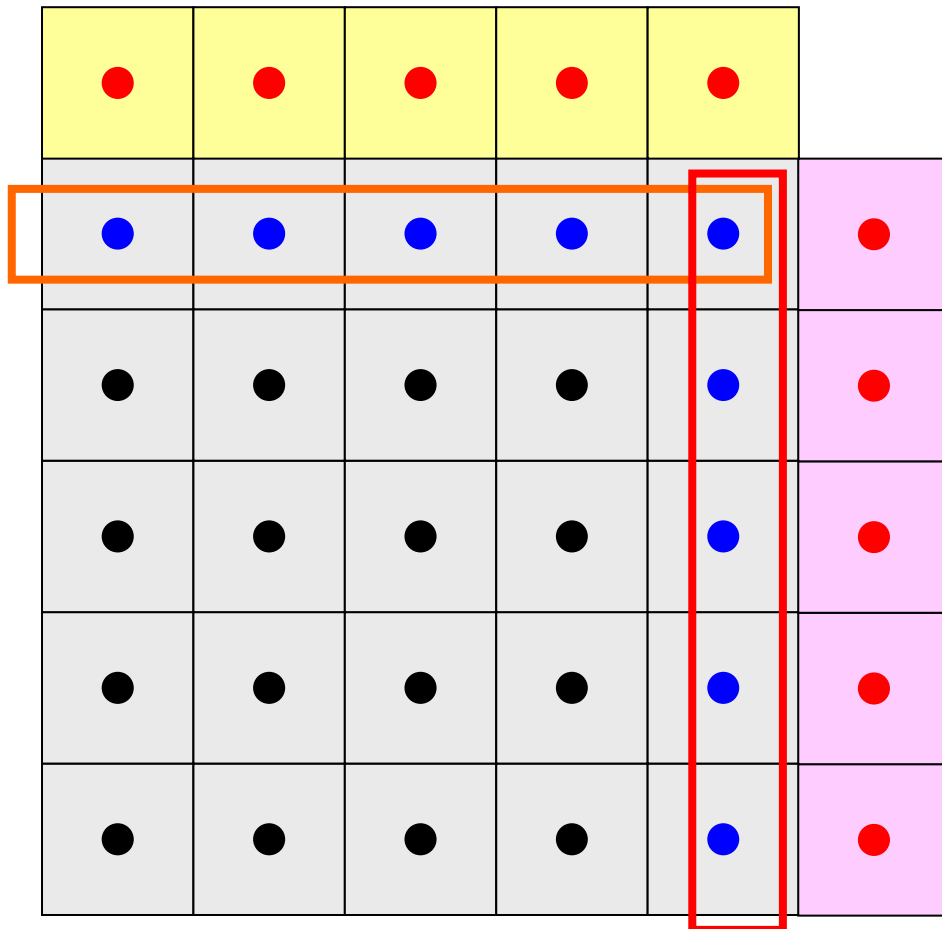
その領域にアサインされた要素

外点 (External Points)

他の領域にアサインされた要素であるがその領域の計算を実施するのに必要な要素
(オーバーラップ領域の要素)

有限体積法

各領域に必要な情報(4/4)



内点 (Internal Points)

その領域にアサインされた要素

外点 (External Points)

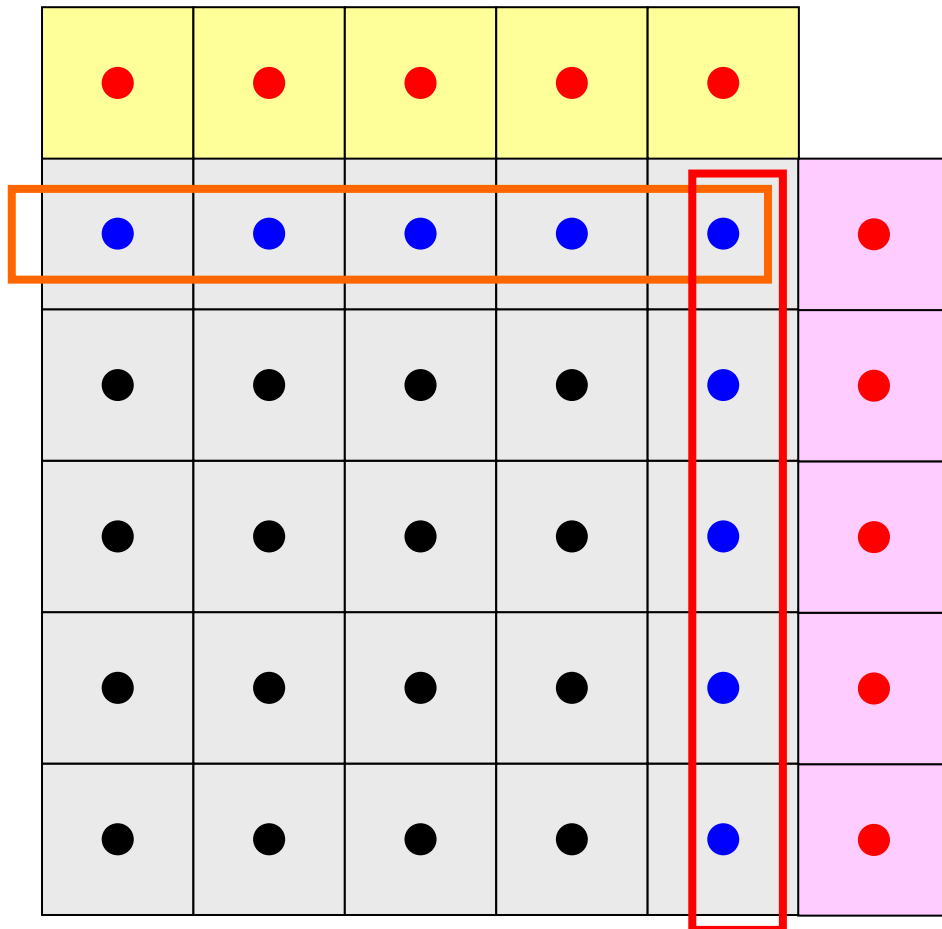
他の領域にアサインされた要素であるがその領域の計算を実施するのに必要な要素
(オーバーラップ領域の要素)

境界点 (Boundary Points)

内点のうち、他の領域の外点となっている要素
他の領域の計算に使用される要素

有限体積法

各領域に必要な情報(4/4)



内点 (Internal Points)

その領域にアサインされた要素

外点 (External Points)

他の領域にアサインされた要素であるがその領域の計算を実施するのに必要な要素
(オーバーラップ領域の要素)

境界点 (Boundary Points)

内点のうち、他の領域の外点となっている要素
他の領域の計算に使用される要素

領域間相互の関係

通信テーブル: 外点, 境界点の関係
隣接領域

各領域データ(局所データ)仕様

「一般化された通信テーブル」に対応

21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17

- 内点, 外点
 - 内点～外点となるように局所番号をつける
- 隣接領域情報
 - オーバーラップ要素を共有する領域
 - 隣接領域数, 番号
- 外点情報
 - どの領域から, 何個の, どの外点の情報を「受信:import」するか
- 境界点情報
 - 何個の, どの境界点の情報を, どの領域に「送信:export」するか

領域間通信 一般化された通信テーブル

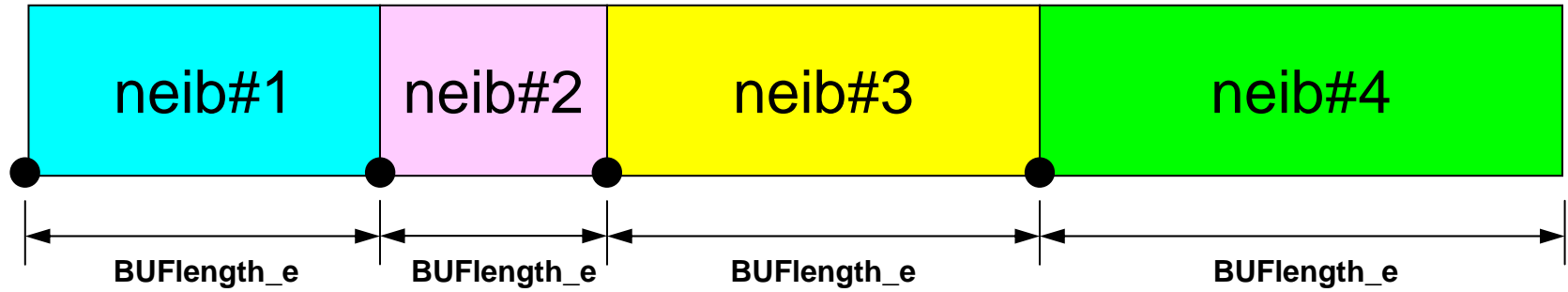
- 「通信」とは「外点」の情報を, その「外点」が本来属している領域から得ることである。
- 「通信テーブル」とは領域間の外点の関係の情報を記述したもの。
 - 「送信テーブル (export)」, 「受信テーブル (import)」がある。

一般化された通信テーブル:送信

- 送信相手
 - NEIBPETOT, NEIB(neib)
- それぞれの送信相手に送るメッセージサイズ
 - export_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT
- 「境界点」番号
 - export_item(k), k= 1, export_index(NEIBPETOT)
- それぞれの送信相手に送るメッセージ
 - SENDbuf(k), k= 1, export_index(NEIBPETOT)

送信 (MPI_Isend/Irecv/Waitall)

SENDbuf



export_index(0)+1 export_index(1)+1 export_index(2)+1 export_index(3)+1 export_index(4)

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
    kk= export_item(k)
    SENDbuf(k)= VAL(kk)
  enddo
enddo
```

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_e= export_index(neib-1) + 1
  iE_e= export_index(neib )
  BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e
```

```
call MPI_ISEND
&      (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_send(neib), ierr)
```

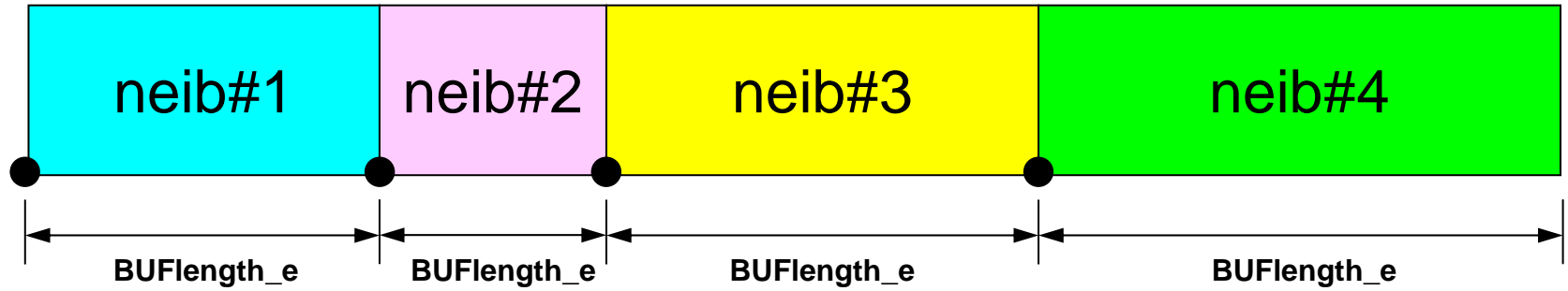
enddo

```
call MPI_WAITALL (NEIBPETOT, request_send, stat_recv, ierr)
```

送信バッファへの代入
温度などの変数を直接送信, 受信に使うのではなく, このようなバッファへ一回代入して計算することを勧める。

送信 (MPI_Sendrecv)

SENDbuf



export_index(0)+1 export_index(1)+1 export_index(2)+1 export_index(3)+1 export_index(4)

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
    kk= export_item(k)
    SENDbuf(k) = VAL(kk)
  enddo
enddo
```

送信バッファへの代入

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_e= export_index(neib-1) + 1
  iE_e= export_index(neib )
  BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e

  call MPI_SENDRECV
&      (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, stat_sr, ierr)
enddo
```

一般化された通信テーブル: 受信

- 受信相手
 - NEIBPETOT, NEIB(neib)
- それぞれの受信相手から受け取るメッセージサイズ
 - import_index(neib)
- 「外点」番号
 - import_item(k), k= 1, import_index(NEIBPETOT)
- それぞれの受信相手から受け取るメッセージ
 - RECVbuf(k), k= 1, import_index(NEIBPETOT)

受信 (MPI_Isend/Irecv/Waitall)

```

do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_i= import_index(neib-1) + 1
  iE_i= import_index(neib )
  BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

  call MPI_Irecv
&      (RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_recv(neib), ierr)
enddo

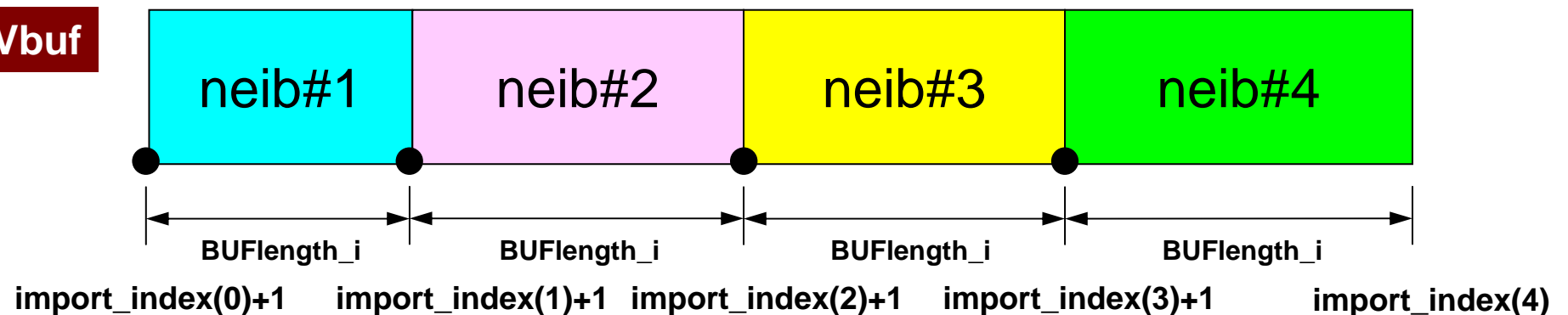
call MPI_WAITALL (NEIBPETOT, request_recv, stat_recv, ierr)

do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
    kk= import_item(k)
    VAL(kk)= RECVbuf(k)
  enddo
enddo

```

受信バッファから代入

RECVbuf



受信 (MPI_Sendrecv)

```

do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_i= import_index(neib-1) + 1
  iE_i= import_index(neib  )
  BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

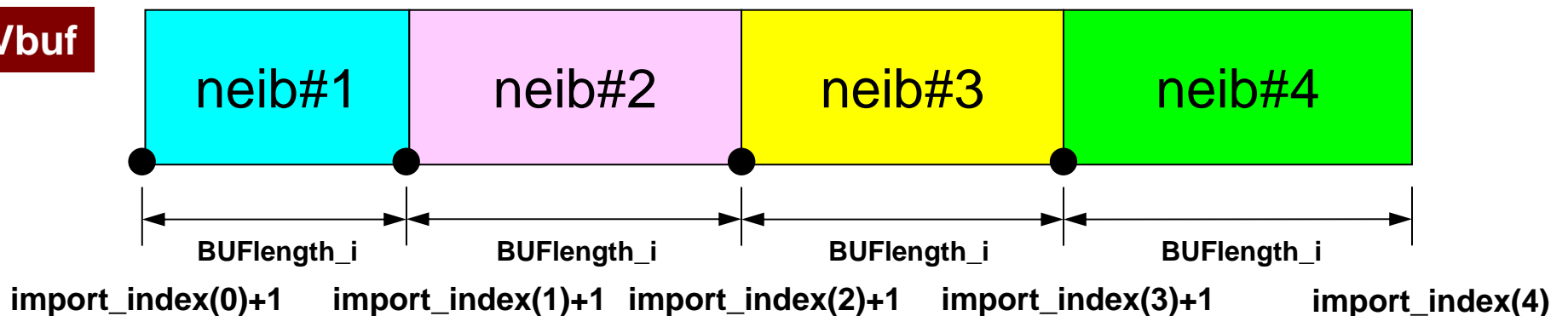
  call MPI_SENDRECV
&      (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, stat_sr, ierr)
  enddo

do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
    kk= import_item(k)
    VAL(kk)= RECVbuf(k)
  enddo
enddo

```

受信バッファからの代入

RECVbuf



行列ベクトル積における例(課題S3)

```

do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
    kk= export_item(k)
    SENDbuf(k)= W(kk,P)
  enddo
enddo

!C
!C-- SEND & RECV.
do neib= 1, NEIBPETOT
  is= export_index(neib-1) + 1
  ir= import_index(neib-1) + 1
  len_s= export_index(neib) - export_index(neib-1)
  len_r= import_index(neib) - import_index(neib-1)
  call MPI_SENDRECV
&      (SENDbuf(is), len_s, MPI_DOUBLE_PRECISION, NEIBPE(neib), 0, &
&      RECVbuf(ir), len_r, MPI_DOUBLE_PRECISION, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, stat1, ierr)
  enddo
!C- update
do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
    kk= import_item(k)
    W(kk,P)= RECVbuf(k)
  enddo
enddo

do i= 1, N
  W(i,Q) = DIAG(i)*W(i,P)
  do j= INDEX(i-1)+1, INDEX(i)
    W(i,Q) = W(i,Q) + AMAT(j)*W(ITEM(j),P)
  enddo
enddo

```

境界値の送信
バッファへのコピー

送受信

受信バッファの内容
を外点の値として
代入

復習

サンプルプログラム：二次元 CS05 の復習

FORTRAN

```
$ cd <$07S>
$ cp /home/nakajima/class/2007summer/F/plb-f.tar .
$ tar xvf plb-f.tar
$ cd P1
$ cd local/4pe
$ mpif90 -O3 sq-sr1.f
$ mpirun -np 4 a.out
```

C

```
$ cd <$07S>
$ cp /home/nakajima/class/2007summer/C/plb-c.tar .
$ tar xvf plb-c.tar
$ cd P1
$ cd local/4pe
$ mpicc -O3 sq-sr1.c
$ mpirun -np 4 a.out
```

復習

問題設定：全体データ

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

- $8 \times 8 = 64$ 要素に分割された二次元領域を考える。
- 各要素には1～64までの全体要素番号が振られている。
 - 簡単のため、この「全体要素番号」を各要素における従属変数値(ϕ のようなもの)とする
 - \Rightarrow 「計算結果」のようなもの

復習

問題設定：局所データ

PE#2

57	58	59	60
49	50	51	52
41	42	43	44
33	34	35	36

PE#3

61	62	63	64
53	54	55	56
45	46	47	48
37	38	39	40

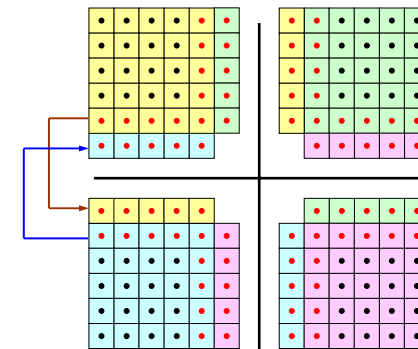
25	26	27	28
17	18	19	20
9	10	11	12
1	2	3	4

29	30	31	32
21	22	23	24
13	14	15	16
5	6	7	8

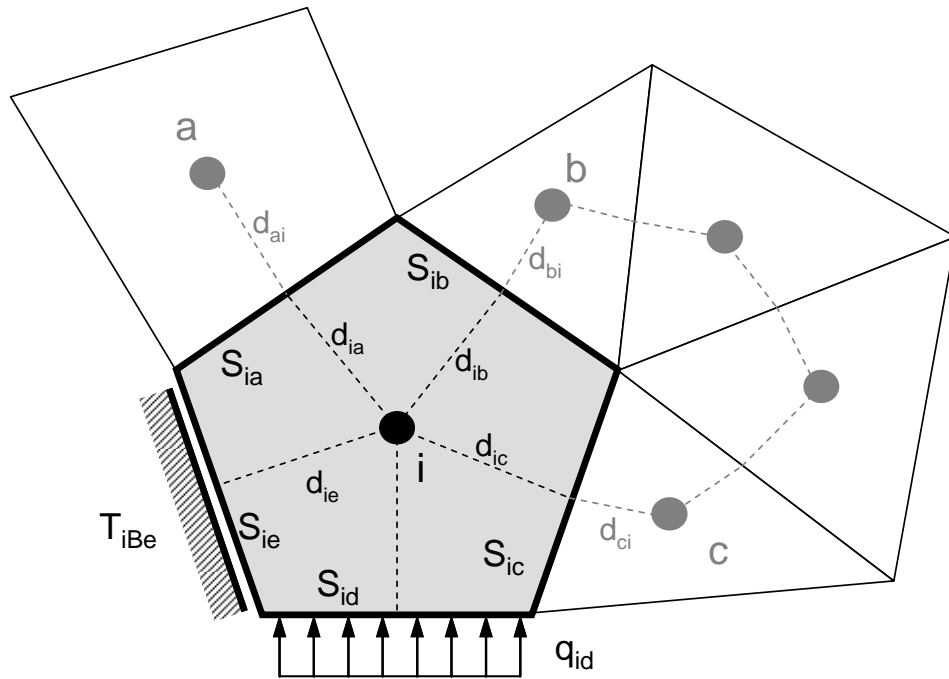
PE#0

PE#1

- 左記のような4領域に分割された二次元領域において、二次元中央差分(5点差分)を並列に実施するために必要な情報(全体要素番号)を隣接領域と送受信する方法。
 - はPE#0が受信する情報。

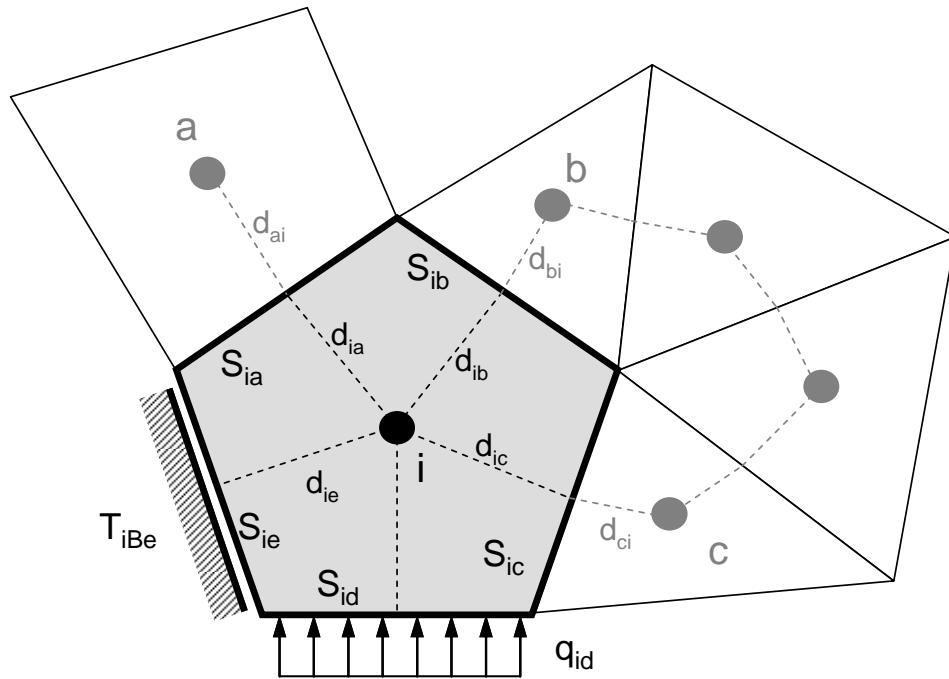


二次元中央差分～有限体積法



<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

二次元中央差分～有限体積法



57	58	59	60	61	62	63	64
49	50	51	52	53	54	55	56
41	42	43	44	45	46	47	48
33	34	35	36	37	38	39	40
25	26	27	28	29	30	31	32
17	18	19	20	21	22	23	24
9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	3	4	5	6	7	8

復習

演算内容(1/3)

<u>PE#2</u>	<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>	<u>PE#3</u>
	<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>	
	<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>	
	<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>	
	<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>	
	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	
	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	
<u>PE#0</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>PE#1</u>

- 各PEの内点 ($i=1 \sim N (=16)$) において局所データを読み込み, 「境界点」のデータを各隣接領域における「外点」として配信

復習

演算内容(2/3):送信,受信前

PE#2

1: <u>33</u>	9: <u>49</u>	17: <u>?</u>
2: <u>34</u>	10: <u>50</u>	18: <u>?</u>
3: <u>35</u>	11: <u>51</u>	19: <u>?</u>
4: <u>36</u>	12: <u>52</u>	20: <u>?</u>
5: <u>41</u>	13: <u>57</u>	21: <u>?</u>
6: <u>42</u>	14: <u>58</u>	22: <u>?</u>
7: <u>43</u>	15: <u>59</u>	23: <u>?</u>
8: <u>44</u>	16: <u>60</u>	24: <u>?</u>

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	

PE#3

1: <u>37</u>	9: <u>53</u>	17: <u>?</u>
2: <u>38</u>	10: <u>54</u>	18: <u>?</u>
3: <u>39</u>	11: <u>55</u>	19: <u>?</u>
4: <u>40</u>	12: <u>56</u>	20: <u>?</u>
5: <u>45</u>	13: <u>61</u>	21: <u>?</u>
6: <u>46</u>	14: <u>62</u>	22: <u>?</u>
7: <u>47</u>	15: <u>63</u>	23: <u>?</u>
8: <u>48</u>	16: <u>64</u>	24: <u>?</u>

	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

1: <u>1</u>	9: <u>17</u>	17: <u>?</u>
2: <u>2</u>	10: <u>18</u>	18: <u>?</u>
3: <u>3</u>	11: <u>19</u>	19: <u>?</u>
4: <u>4</u>	12: <u>20</u>	20: <u>?</u>
5: <u>9</u>	13: <u>25</u>	21: <u>?</u>
6: <u>10</u>	14: <u>26</u>	22: <u>?</u>
7: <u>11</u>	15: <u>27</u>	23: <u>?</u>
8: <u>12</u>	16: <u>28</u>	24: <u>?</u>

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	

PE#0

	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

PE#1

1: <u>5</u>	9: <u>21</u>	17: <u>?</u>
2: <u>6</u>	10: <u>22</u>	18: <u>?</u>
3: <u>7</u>	11: <u>23</u>	19: <u>?</u>
4: <u>8</u>	12: <u>24</u>	20: <u>?</u>
5: <u>13</u>	13: <u>29</u>	21: <u>?</u>
6: <u>14</u>	14: <u>30</u>	22: <u>?</u>
7: <u>15</u>	15: <u>31</u>	23: <u>?</u>
8: <u>16</u>	16: <u>32</u>	24: <u>?</u>

復習

演算内容(2/3):送信,受信前

1: <u>33</u>	9: <u>49</u>	17: <u>?</u>
2: <u>34</u>	10: <u>50</u>	18: <u>?</u>
3: <u>35</u>	11: <u>51</u>	19: <u>?</u>
4: <u>36</u>	12: <u>52</u>	20: <u>?</u>
5: <u>41</u>	13: <u>57</u>	21: <u>?</u>
6: <u>42</u>	14: <u>58</u>	22: <u>?</u>
7: <u>43</u>	15: <u>59</u>	23: <u>?</u>
8: <u>44</u>	16: <u>60</u>	24: <u>?</u>

PE#2

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	

PE#3

	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

1: <u>37</u>	9: <u>53</u>	17: <u>?</u>
2: <u>38</u>	10: <u>54</u>	18: <u>?</u>
3: <u>39</u>	11: <u>55</u>	19: <u>?</u>
4: <u>40</u>	12: <u>56</u>	20: <u>?</u>
5: <u>45</u>	13: <u>61</u>	21: <u>?</u>
6: <u>46</u>	14: <u>62</u>	22: <u>?</u>
7: <u>47</u>	15: <u>63</u>	23: <u>?</u>
8: <u>48</u>	16: <u>64</u>	24: <u>?</u>

1: <u>1</u>	9: <u>17</u>	17: <u>?</u>
2: <u>2</u>	10: <u>18</u>	18: <u>?</u>
3: <u>3</u>	11: <u>19</u>	19: <u>?</u>
4: <u>4</u>	12: <u>20</u>	20: <u>?</u>
5: <u>9</u>	13: <u>25</u>	21: <u>?</u>
6: <u>10</u>	14: <u>26</u>	22: <u>?</u>
7: <u>11</u>	15: <u>27</u>	23: <u>?</u>
8: <u>12</u>	16: <u>28</u>	24: <u>?</u>

PE#0

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	

PE#1

	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

1: <u>5</u>	9: <u>21</u>	17: <u>?</u>
2: <u>6</u>	10: <u>22</u>	18: <u>?</u>
3: <u>7</u>	11: <u>23</u>	19: <u>?</u>
4: <u>8</u>	12: <u>24</u>	20: <u>?</u>
5: <u>13</u>	13: <u>29</u>	21: <u>?</u>
6: <u>14</u>	14: <u>30</u>	22: <u>?</u>
7: <u>15</u>	15: <u>31</u>	23: <u>?</u>
8: <u>16</u>	16: <u>32</u>	24: <u>?</u>

PE#0**PE#1**

復習

演算内容(3/3):送信,受信後

PE#2

1: <u>33</u>	9: <u>49</u>	17: <u>37</u>
2: <u>34</u>	10: <u>50</u>	18: <u>45</u>
3: <u>35</u>	11: <u>51</u>	19: <u>53</u>
4: <u>36</u>	12: <u>52</u>	20: <u>61</u>
5: <u>41</u>	13: <u>57</u>	21: <u>25</u>
6: <u>42</u>	14: <u>58</u>	22: <u>26</u>
7: <u>43</u>	15: <u>59</u>	23: <u>27</u>
8: <u>44</u>	16: <u>60</u>	24: <u>28</u>

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	<u>61</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	<u>53</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	<u>45</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	<u>37</u>
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	

PE#3

<u>60</u>	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>52</u>	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>44</u>	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>36</u>	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>
	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>

1: <u>37</u>	9: <u>53</u>	17: <u>36</u>
2: <u>38</u>	10: <u>54</u>	18: <u>44</u>
3: <u>39</u>	11: <u>55</u>	19: <u>52</u>
4: <u>40</u>	12: <u>56</u>	20: <u>60</u>
5: <u>45</u>	13: <u>61</u>	21: <u>29</u>
6: <u>46</u>	14: <u>62</u>	22: <u>30</u>
7: <u>47</u>	15: <u>63</u>	23: <u>31</u>
8: <u>48</u>	16: <u>64</u>	24: <u>32</u>

1: <u>1</u>	9: <u>17</u>	17: <u>5</u>
2: <u>2</u>	10: <u>18</u>	18: <u>14</u>
3: <u>3</u>	11: <u>19</u>	19: <u>21</u>
4: <u>4</u>	12: <u>20</u>	20: <u>29</u>
5: <u>9</u>	13: <u>25</u>	21: <u>33</u>
6: <u>10</u>	14: <u>26</u>	22: <u>34</u>
7: <u>11</u>	15: <u>27</u>	23: <u>35</u>
8: <u>12</u>	16: <u>28</u>	24: <u>36</u>

<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>21</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

PE#0

	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>
<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

PE#1

1: <u>5</u>	9: <u>21</u>	17: <u>4</u>
2: <u>6</u>	10: <u>22</u>	18: <u>12</u>
3: <u>7</u>	11: <u>23</u>	19: <u>20</u>
4: <u>8</u>	12: <u>24</u>	20: <u>28</u>
5: <u>13</u>	13: <u>29</u>	21: <u>37</u>
6: <u>14</u>	14: <u>30</u>	22: <u>38</u>
7: <u>15</u>	15: <u>31</u>	23: <u>39</u>
8: <u>16</u>	16: <u>32</u>	24: <u>40</u>

復習

各領域データ(局所データ)仕様

PE#0における局所データ

PE#2

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	

PE#0 PE#1

PE#2

21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17

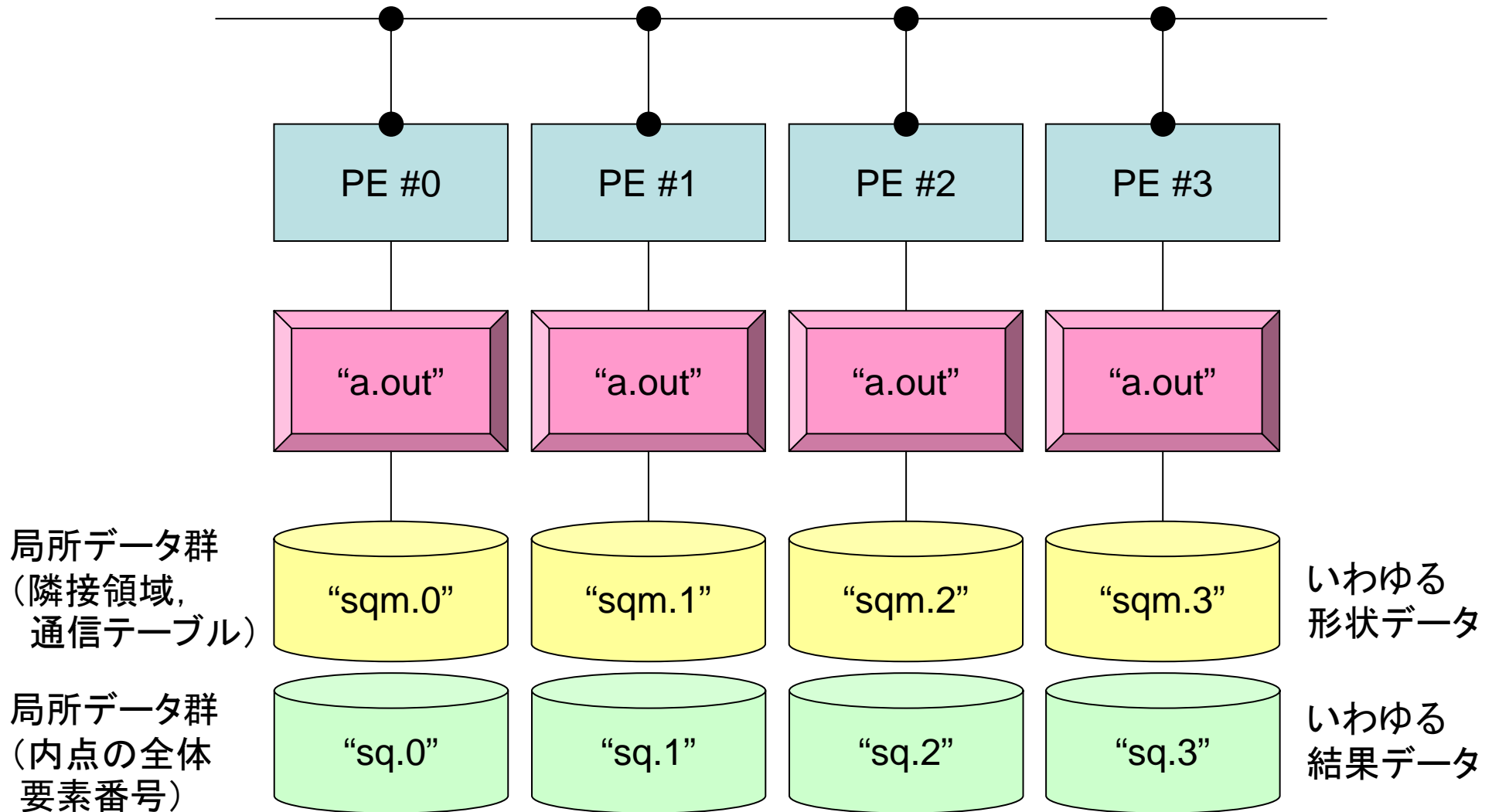
PE#0 PE#1

各要素における値(全体番号)

局所番号

復習

SPMD...



PE#0における局所データ(1/8): sqm.0

```
#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16
```

復習

復習

PE#0における局所データ(2/8)

sqm.0:隣接領域数, 隣接領域

PE#2

21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17

PE#0 **PE#1**

局所番号

```

#NEIBPEtot      隣接領域数
2
#NEIBPE        隣接領域
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

復習

PE#0における局所データ(3/8)

sqm.0 : 内点数, 総要素(内点+外点)数

<u>PE#2</u>				
21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17
<u>PE#0</u>				<u>PE#1</u>

局所番号

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

総要素数, 内点

復習

PE#0における局所データ(4/8)

sq. 0 : 内点における値 : ここだけ違うファイル

<u>PE#2</u>				
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	
				<u>PE#1</u>
<u>PE#0</u>				

1
2
3
4
9
10
11
12
17
18
19
20
25
26
27
28

内点における値
(全体番号)

復習

PE#0における局所データ(5/8)

sqm.0: 「import(受信)」される「外点」の情報

<u>PE#2</u>				
21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17
<u>PE#0</u>				<u>PE#1</u>

局所番号

```
#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16
```

隣接領域1から4つ(1~4),
隣接領域2から4つ(5~8)が
「import(受信)」されることを
示す。

復習

PE#0における局所データ(6/8)

sqm.0: 「import(受信)」される「外点」の情報

<u>PE#2</u>				
21 22 23 24				
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17
<u>PE#0</u>				<u>PE#1</u>

局所番号

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18 隣接領域1から
19 「import」する要素(1~4)
20
21
22 隣接領域2から
23 「import」する要素(5~8)
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

復習

PE#0における局所データ(7/8)

sgm.0: 「export(送信)」する「境界点」の情報

PE#2				
21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17

PE#0 PE#1

局所番号

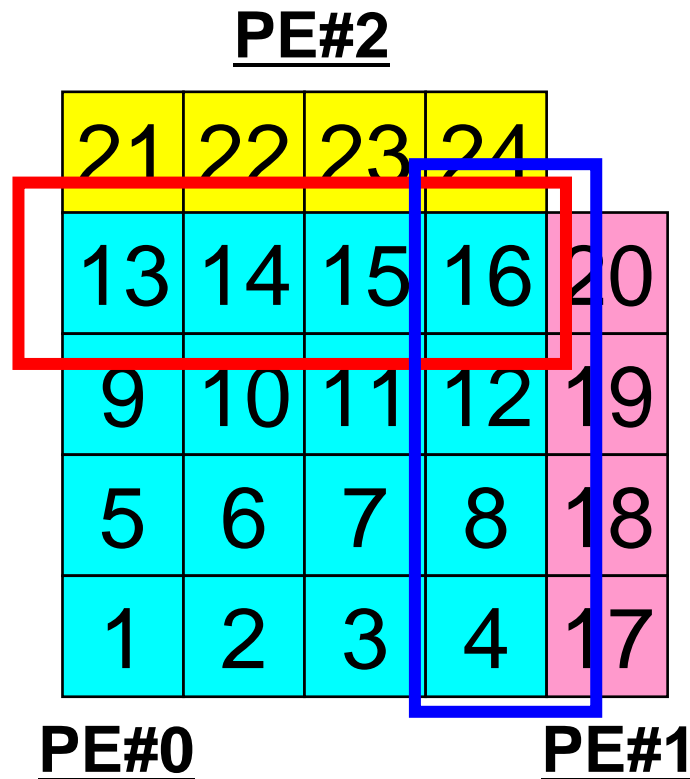
```
#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16
```

隣接領域1〜4つ(1~4),
隣接領域2〜4つ(5~8)が
「export(送信)」されることを
示す。

復習

PE#0における局所データ(8/8)

sqm.0: 「export(送信)」する「境界点」の情報



局所番号

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

隣接領域1へ
「export」する要素(1~4)

隣接領域2へ
「export」する要素(5~8)

復習

PE#0における局所データ(8/8)

sqm.0: 「export(送信)」する「境界点」の情報

<u>PE#2</u>				
21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17
<u>PE#0</u>				<u>PE#1</u>

局所番号

「外点」はその要素が本来所属している領域からのみ受信される。

「境界点」は複数の領域において「外点」となっている可能性があるため、複数の領域に送信されることもある(16番要素の例)。

復習

プログラム例: sq-sr2.f (4/6)

送・受信バッファ準備

```
!C
!C +-----+
!C | BUFFER |
!C +-----+
!C===
      allocate (SENDbuf (export_index (NEIBPETOT)))
      allocate (RECVbuf (import_index (NEIBPETOT)))

      SENDbuf= 0
      RECVbuf= 0

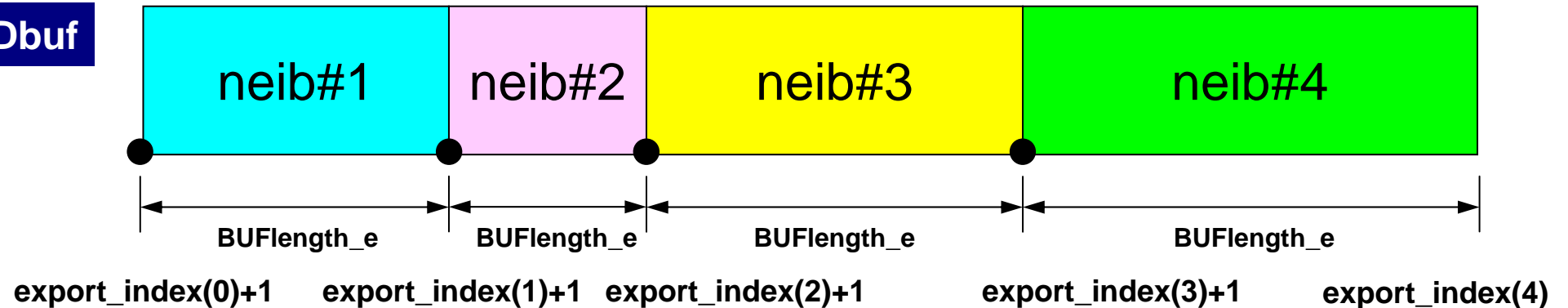
      do neib= 1, NEIBPETOT
        iS= export_index (neib-1) + 1
        iE= export_index (neib  )
        do i= iS, iE
          SENDbuf (i) = VAL (export_item (i))
        enddo
      enddo
!C===
```

送信バッファに「境界点」の情報を入れる。送信バッファの `export_index (neib-1)+1` から `export_index (neib)` までに `NEIBPE (neib)` に送信する情報を格納する。

復習

送信 (MPI_Sendrecv)

SENDbuf



```

do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
    kk= export_item(k)
    SENDbuf(k) = VAL(kk)
  enddo
enddo

```

送信バッファへの代入

```

do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_e= export_index(neib-1) + 1
  iE_e= export_index(neib)
  BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e

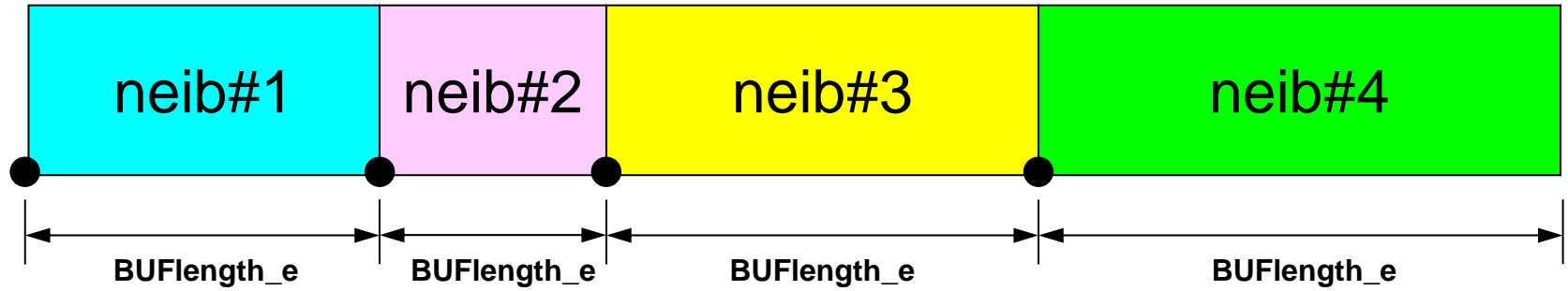
  call MPI_SENDRECV
&      (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, stat_sr, ierr)
enddo

```

復習

送信 (MPI_Isend/Irecv/Waitall)

SENDbuf



export_index(0)+1 export_index(1)+1 export_index(2)+1 export_index(3)+1 export_index(4)

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
    kk= export_item(k)
    SENDbuf(k)= VAL(kk)
  enddo
enddo
```

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_e= export_index(neib-1) + 1
  iE_e= export_index(neib )
  BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e
```

```
call MPI_ISEND
&      (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_send(neib), ierr)
enddo
```

```
call MPI_WAITALL (NEIBPETOT, request_send, stat_recv, ierr)
```

送信バッファへの代入
温度などの変数を直接送信, 受信に使うのではなく, このようなバッファへ一回代入して計算することを勧める。

復習

プログラム例: sq-sr2.f (5/6)

送・受信実施 (MPI_SENDRECV)

```

!C
!C +-----+
!C | SEND-RECV |
!C +-----+
!C===
      allocate (stat_sr(MPI_STATUS_SIZE))

      do neib= 1, NEIBPETOT
        iS_e= export_index(neib-1) + 1
        iE_e= export_index(neib  )
        BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e

        iS_i= import_index(neib-1) + 1
        iE_i= import_index(neib  )
        BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

        call MPI_SENDRECV                                &
&      (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0,&
&      RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0,&
&      MPI_COMM_WORLD, stat_sr, ierr)
      enddo

      do neib= 1, NEIBPETOT
        iS= import_index(neib-1) + 1
        iE= import_index(neib  )
        do i= iS, iE
          VAL(import_item(i))= RECVbuf(i)
        enddo
      enddo
!C===

```

送信側の「BUFlength_e」と受信側の「BUFlength_i」は一致している必要がある。

復習

プログラム例: sq-sr2.f (5/6)

送・受信実施(MPI_SENDRECV)

```

!C
!C +-----+
!C | SEND-RECV |
!C +-----+
!C===
      allocate (stat_sr(MPI_STATUS_SIZE))

      do neib= 1, NEIBPETOT
        iS_e= export_index(neib-1) + 1
        iE_e= export_index(neib  )
        BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e

        iS_i= import_index(neib-1) + 1
        iE_i= import_index(neib  )
        BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

        call MPI_SENDRECV
&          (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0,&
&          RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0,&
&          MPI_COMM_WORLD, stat_sr, ierr)
      enddo

      do neib= 1, NEIBPETOT
        iS= import_index(neib-1) + 1
        iE= import_index(neib  )
        do i= iS, iE
          VAL(import_item(i))= RECVbuf(i)
        enddo
      enddo
!C===

```

PE#2				PE#3			
57	58	59	60	61	62	63	64
49	50	51	52	53	54	55	56
41	42	43	44	45	46	47	48
33	34	35	36	37	38	39	40
25	26	27	28	29	30	31	32
17	18	19	20	21	22	23	24
9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	3	4	5	6	7	8
PE#0				PE#1			

my_rank=0, NEIBPE(neib)=1
 のときのBUFlength_eと,
 my_rank=1, NEIBPE(neib)=0
 のときのBUFlength_iは同じでなければならぬ(この場合はいずれも4)。

復習

受信 (MPI_Isend/Irecv/Waitall)

```

do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_i= import_index(neib-1) + 1
  iE_i= import_index(neib  )
  BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

  call MPI_Irecv
&      (RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_recv(neib), ierr)
enddo

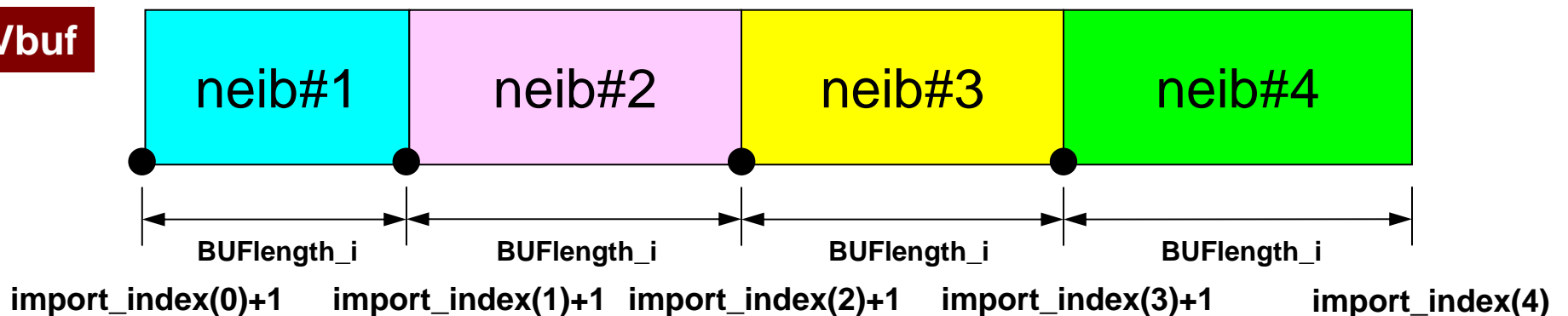
call MPI_WAITALL (NEIBPETOT, request_recv, stat_recv, ierr)

do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
    kk= import_item(k)
    VAL(kk)= RECVbuf(k)
  enddo
enddo

```

受信バッファから代入

RECVbuf



復習

受信 (MPI_Sendrecv)

```

do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_i= import_index(neib-1) + 1
  iE_i= import_index(neib  )
  BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

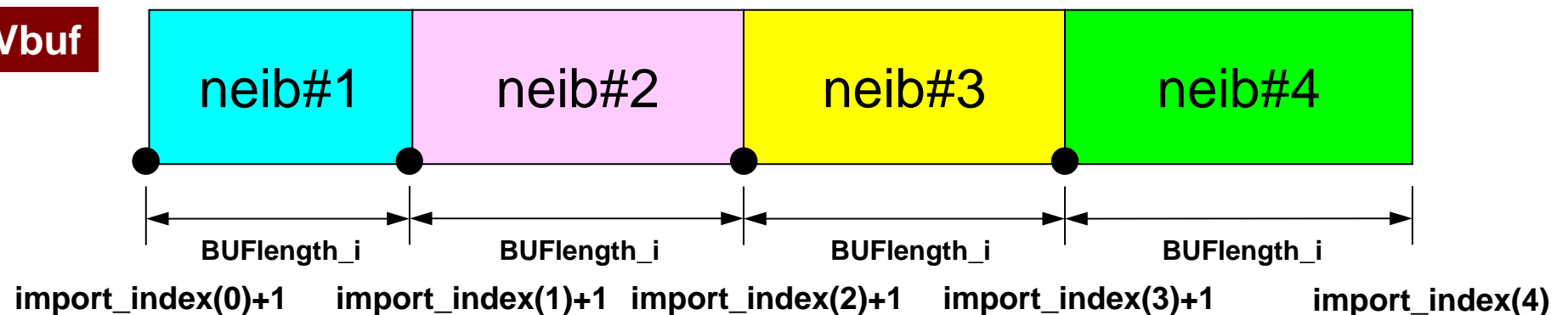
  call MPI_SENDRECV
&      (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, stat_sr, ierr)
  enddo

do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
    kk= import_item(k)
    VAL(kk)= RECVbuf(k)
  enddo
enddo

```

受信バッファからの代入

RECVbuf



復習

プログラム例: sq-sr2.f (5/6)

送・受信実施 (MPI_SENDRECV)

```

!C
!C +-----+
!C | SEND-RECV |
!C +-----+
!C===
      allocate (stat_sr(MPI_STATUS_SIZE))

      do neib= 1, NEIBPETOT
        iS_e= export_index(neib-1) + 1
        iE_e= export_index(neib  )
        BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e

        iS_i= import_index(neib-1) + 1
        iE_i= import_index(neib  )
        BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

        call MPI_SENDRECV
&          (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0,&
&          RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0,&
&          MPI_COMM_WORLD, stat_sr, ierr)
      enddo

      do neib= 1, NEIBPETOT
        iS= import_index(neib-1) + 1
        iE= import_index(neib  )
        do i= iS, iE
          VAL(import_item(i))= RECVbuf(i)
        enddo
      enddo
!C===

```

受信バッファの中身を「外点」の値として代入する。

復習

プログラム例: sq-sr2.f (6/6)

外点の値の書き出し

```
!C
!C +-----+
!C | OUTPUT |
!C +-----+
!C===
      do neib= 1, NEIBPETOT
        iS= import_index(neib-1) + 1
        iE= import_index(neib  )
        do i= iS, iE
          in= import_item(i)
          write (*,'(a, 3i8)') 'RECVbuf', my_rank, NEIBPE(neib), VAL(in)
        enddo
      enddo
!C===
      call MPI_FINALIZE (ierr)

      stop
      end
```

復習

実行結果 (PE#0)

PE#2

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>

PE#3

<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>

<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

PE#0

PE#1

RECVbuf	0	1	5
RECVbuf	0	1	13
RECVbuf	0	1	21
RECVbuf	0	1	29
RECVbuf	0	2	33
RECVbuf	0	2	34
RECVbuf	0	2	35
RECVbuf	0	2	36
RECVbuf	1	0	4
RECVbuf	1	0	12
RECVbuf	1	0	20
RECVbuf	1	0	28
RECVbuf	1	3	37
RECVbuf	1	3	38
RECVbuf	1	3	39
RECVbuf	1	3	40
RECVbuf	2	3	37
RECVbuf	2	3	45
RECVbuf	2	3	53
RECVbuf	2	3	61
RECVbuf	2	0	25
RECVbuf	2	0	26
RECVbuf	2	0	27
RECVbuf	2	0	28
RECVbuf	3	2	36
RECVbuf	3	2	44
RECVbuf	3	2	52
RECVbuf	3	2	60
RECVbuf	3	1	29
RECVbuf	3	1	30
RECVbuf	3	1	31
RECVbuf	3	1	32

復習

実行結果 (PE#1)

PE#2

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>

PE#3

<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>

<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

PE#0

PE#1

RECVbuf	0	1	5
RECVbuf	0	1	13
RECVbuf	0	1	21
RECVbuf	0	1	29
RECVbuf	0	2	33
RECVbuf	0	2	34
RECVbuf	0	2	35
RECVbuf	0	2	36
RECVbuf	1	0	4
RECVbuf	1	0	12
RECVbuf	1	0	20
RECVbuf	1	0	28
RECVbuf	1	3	37
RECVbuf	1	3	38
RECVbuf	1	3	39
RECVbuf	1	3	40
RECVbuf	2	3	37
RECVbuf	2	3	45
RECVbuf	2	3	53
RECVbuf	2	3	61
RECVbuf	2	0	25
RECVbuf	2	0	26
RECVbuf	2	0	27
RECVbuf	2	0	28
RECVbuf	3	2	36
RECVbuf	3	2	44
RECVbuf	3	2	52
RECVbuf	3	2	60
RECVbuf	3	1	29
RECVbuf	3	1	30
RECVbuf	3	1	31
RECVbuf	3	1	32

復習

実行結果 (PE#2)

PE#2

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>

PE#3

<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>

<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

PE#0

PE#1

RECVbuf	0	1	5
RECVbuf	0	1	13
RECVbuf	0	1	21
RECVbuf	0	1	29
RECVbuf	0	2	33
RECVbuf	0	2	34
RECVbuf	0	2	35
RECVbuf	0	2	36
RECVbuf	1	0	4
RECVbuf	1	0	12
RECVbuf	1	0	20
RECVbuf	1	0	28
RECVbuf	1	3	37
RECVbuf	1	3	38
RECVbuf	1	3	39
RECVbuf	1	3	40
RECVbuf	2	3	37
RECVbuf	2	3	45
RECVbuf	2	3	53
RECVbuf	2	3	61
RECVbuf	2	0	25
RECVbuf	2	0	26
RECVbuf	2	0	27
RECVbuf	2	0	28
RECVbuf	3	2	36
RECVbuf	3	2	44
RECVbuf	3	2	52
RECVbuf	3	2	60
RECVbuf	3	1	29
RECVbuf	3	1	30
RECVbuf	3	1	31
RECVbuf	3	1	32

復習

実行結果 (PE#3)

PE#2

57	58	59	60
49	50	51	52
41	42	43	44
33	34	35	36

PE#3

61	62	63	64
53	54	55	56
45	46	47	48
37	38	39	40

25	26	27	28
17	18	19	20
9	10	11	12
1	2	3	4

29	30	31	32
21	22	23	24
13	14	15	16
5	6	7	8

PE#0

PE#1

RECVbuf	0	1	5
RECVbuf	0	1	13
RECVbuf	0	1	21
RECVbuf	0	1	29
RECVbuf	0	2	33
RECVbuf	0	2	34
RECVbuf	0	2	35
RECVbuf	0	2	36
RECVbuf	1	0	4
RECVbuf	1	0	12
RECVbuf	1	0	20
RECVbuf	1	0	28
RECVbuf	1	3	37
RECVbuf	1	3	38
RECVbuf	1	3	39
RECVbuf	1	3	40
RECVbuf	2	3	37
RECVbuf	2	3	45
RECVbuf	2	3	53
RECVbuf	2	3	61
RECVbuf	2	0	25
RECVbuf	2	0	26
RECVbuf	2	0	27
RECVbuf	2	0	28
RECVbuf	3	2	36
RECVbuf	3	2	44
RECVbuf	3	2	52
RECVbuf	3	2	60
RECVbuf	3	1	29
RECVbuf	3	1	30
RECVbuf	3	1	31
RECVbuf	3	1	32

初期全体メッシュ

演習

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

演習

#PE2

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	

#PE1

<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE0

<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

演習

#PE2

7 <u>21</u>	8 <u>22</u>	9 <u>23</u>	15 <u>24</u>
4 <u>16</u>	5 <u>17</u>	6 <u>18</u>	14 <u>19</u>
1 <u>11</u>	2 <u>12</u>	3 <u>13</u>	13 <u>14</u>
10 <u>6</u>	11 <u>7</u>	12 <u>8</u>	

#PE1

14 <u>23</u>	7 <u>24</u>	8 <u>25</u>
13 <u>18</u>	5 <u>19</u>	6 <u>20</u>
12 <u>13</u>	3 <u>14</u>	4 <u>15</u>
11 <u>8</u>	1 <u>9</u>	2 <u>10</u>
	9 <u>4</u>	10 <u>5</u>

#PE0

11 <u>11</u>	12 <u>12</u>	13 <u>13</u>		
6 <u>6</u>	7 <u>7</u>	8 <u>8</u>	9 <u>9</u>	10 <u>10</u>
1 <u>1</u>	2 <u>2</u>	3 <u>3</u>	4 <u>4</u>	5 <u>5</u>

PE#0: 局所分散データ (sqm.0)

○の部分をつめよ!

演習

#PE2

7 21	8 22	9 23	15 24
4 16	5 17	6 18	14 19
1 11	2 12	3 13	13 14
10 6	11 7	12 8	

#PE1

14 23	7 24	8 25
13 18	5 19	6 20
12 13	3 14	4 15
11 8	1 9	2 10
	9 4	10 5

#PE0

11 11	12 12	13 13		
6 6	7 7	8 8	9 9	10 10
1 1	2 2	3 3	4 4	5 5

```
#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1  2
#NODE
  ○  ○
#IMPORTindex
  ○  ○
#IMPORTitems
  ○...
#EXPORTindex
  ○  ○
#EXPORTitems
  ○...
```

PE#1: 局所分散データ (sqm.1)

○の部分をつめよ!

演習

#PE2

7 21	8 22	9 23	15 24
4 16	5 17	6 18	14 19
1 11	2 12	3 13	13 14
10 6	11 7	12 8	

#PE1

14 23	7 24	8 25
13 18	5 19	6 20
12 13	3 14	4 15
11 8	1 9	2 10
	9 4	10 5

#PE0

11 11	12 12	13 13		
6 6	7 7	8 8	9 9	10 10
1 1	2 2	3 3	4 4	5 5

```
#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  0  2
#NODE
  ○  ○
#IMPORTindex
  ○  ○
#IMPORTitems
  ○...
#EXPORTindex
  ○  ○
#EXPORTitems
  ○...
```

PE#2: 局所分散データ (sqm.2)

○の部分をつめよ!

演習

#PE2

7 21	8 22	9 23	15 24
4 16	5 17	6 18	14 19
1 11	2 12	3 13	13 14
10 6	11 7	12 8	

#PE1

14 23	7 24	8 25
13 18	5 19	6 20
12 13	3 14	4 15
11 8	1 9	2 10
	9 4	10 5

#PE0

11 11	12 12	13 13		
6 6	7 7	8 8	9 9	10 10
1 1	2 2	3 3	4 4	5 5

```
#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1  0
#NODE
  ○  ○
#IMPORTindex
  ○  ○
#IMPORTitems
  ○...
#EXPORTindex
  ○  ○
#EXPORTitems
  ○...
```


作業手順

```
>$ cd <$P1>/local/3pe
```

```
>$ cp ../4pe/a.out          先ほどsq-sr1.f/cをコンパイルしたもの
```

```
>$ ls
```

```
  a.out  sq.0  sq.1  sq.2
```

sqm.0, sqm.1, sqm.2を自分で作成する(手作業)

```
>$ mpirun -np 3 a.out      とやってみて動作を確認する
```

演習

作業用ディレクトリの中身

#PE2

7 21	8 22	9 23	15 24
4 16	5 17	6 18	14 19
1 11	2 12	3 13	13 14
10 6	11 7	12 8	

#PE1

14 23	7 24	8 25
13 18	5 19	6 20
12 13	3 14	4 15
11 8	1 9	2 10
	9 4	10 5

sq.0

1
2
3
4
5
6
7
8

sq.1

9
10
14
15
19
20
24
25

sq.2

11
12
13
16
17
18
21
22
23

#PE0

11 11	12 12	13 13		
6 6	7 7	8 8	9 9	10 10
1 1	2 2	3 3	4 4	5 5

演習

#PE2

7 <u>21</u>	8 <u>22</u>	9 <u>23</u>	15 <u>24</u>
4 <u>16</u>	5 <u>17</u>	6 <u>18</u>	14 <u>19</u>
1 <u>11</u>	2 <u>12</u>	3 <u>13</u>	13 <u>14</u>
10 <u>6</u>	11 <u>7</u>	12 <u>8</u>	

#PE1

14 <u>23</u>	7 <u>24</u>	8 <u>25</u>
13 <u>18</u>	5 <u>19</u>	6 <u>20</u>
12 <u>13</u>	3 <u>14</u>	4 <u>15</u>
11 <u>8</u>	1 <u>9</u>	2 <u>10</u>
	9 <u>4</u>	10 <u>5</u>

#PE0

11 <u>11</u>	12 <u>12</u>	13 <u>13</u>		
6 <u>6</u>	7 <u>7</u>	8 <u>8</u>	9 <u>9</u>	10 <u>10</u>
1 <u>1</u>	2 <u>2</u>	3 <u>3</u>	4 <u>4</u>	5 <u>5</u>

手順

- 内点数, 外点数
- 外点がどこから来ているか?
 - IMPORTindex, IMPORTitems
 - NEIBPEの順番
- それを逆にたどって, 境界点の送信先を調べる
 - EXPORTindex, EXPORTitems
 - NEIBPEの順番

FVMにおける領域間通信

- 差分法等, 係数が疎行列のアプリケーションについては領域間通信はこの方法で実施可能。
- 適切なデータ構造が定められれば, 処理は非常に簡単。
 - 送信バッファに「境界点」の値を代入
 - 送信, 受信
 - 受信バッファの値を「外点」の値として更新
- 密行列の場合は, 異なった手法を適用する
 - もっと簡単
 - 並列アプリケーション開発入門(IV)

- FVMにおける並列計算と局所データ構造の考え方
- **領域分割手法について**
- eps_fvmにおける領域分割機能：eps_fvm_part
- eps_fvm「並列化」に向けて

領域分割機能: Partitioner

初期全体メッシュデータを与えることによって,
自動的に局所データを生成する

- 内点, 外点
 - 局所分散メッシュデータ
 - 内点～外点となるように局所番号をつける
- 通信テーブルの一般的な形
 - 隣接領域情報
 - 隣接領域数
 - 隣接領域番号
 - 外点情報
 - どの領域から, 何個の, どの外点の情報を「import」するか
 - 境界点情報
 - 何個の, どの境界点の情報を, どの領域に「export」するか

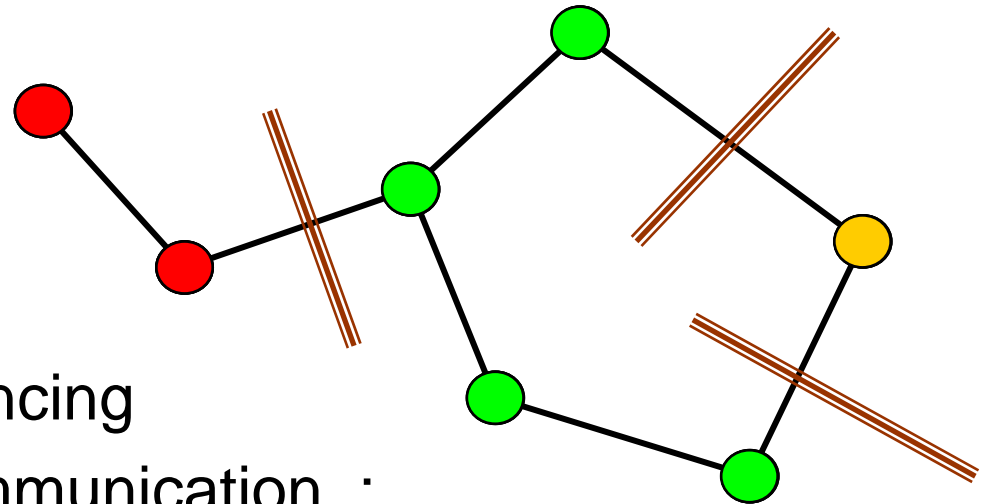
Partitioning とは？

- Graph/Graphic Partitioningの略
- 並列計算のための領域分割を実現するための手法
- 1PEでは計算できないような巨大な全体領域を局所データに分割する

Graph/Graphic Partitioning とは？

Graph/Graphic Partitioningとは「グラフ」（*graphs*：節点と辺の集合）に関する「グラフ理論」を並列計算における領域分割に応用した手法である

一筆書き，四色問題



良い領域分割

領域間の負荷均等：Load balancing

領域間通信量最小：Small Communication：

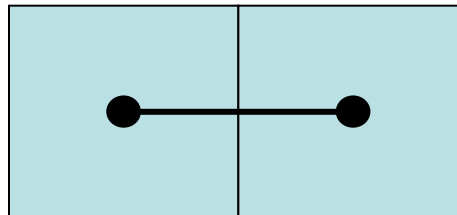
前処理つき反復法の収束に影響

隣接領域数最小

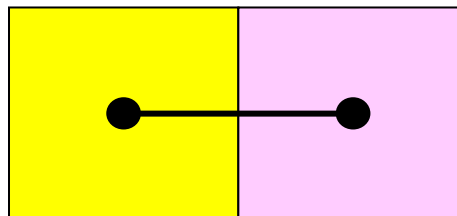
EDGE-CUTとは？

- 辺の両端の節点（または要素）が異なった領域に属している場合、「EDGE-CUTが生じている。」という。
- EDGE-CUTが少ないほど、通信は少ない。

EDGE-CUT無し



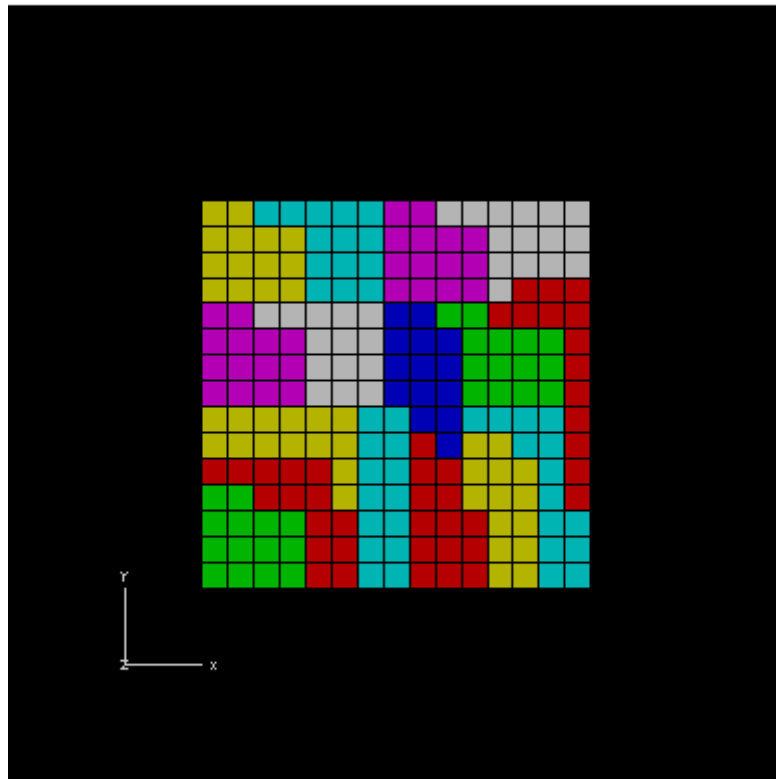
EDGE-CUT有り



Partitioning の反復法収束への影響

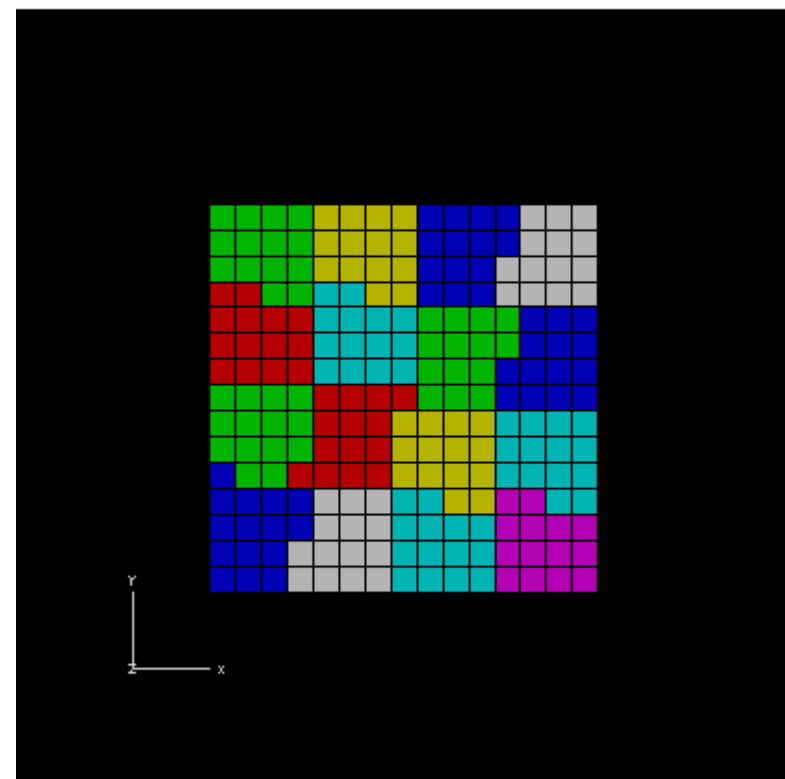
15 × 15領域を16分割：負荷バランスは取れている

Edge-Cut多い



RGB

Edge-Cut少ない



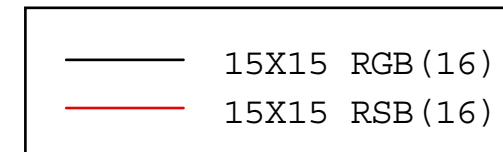
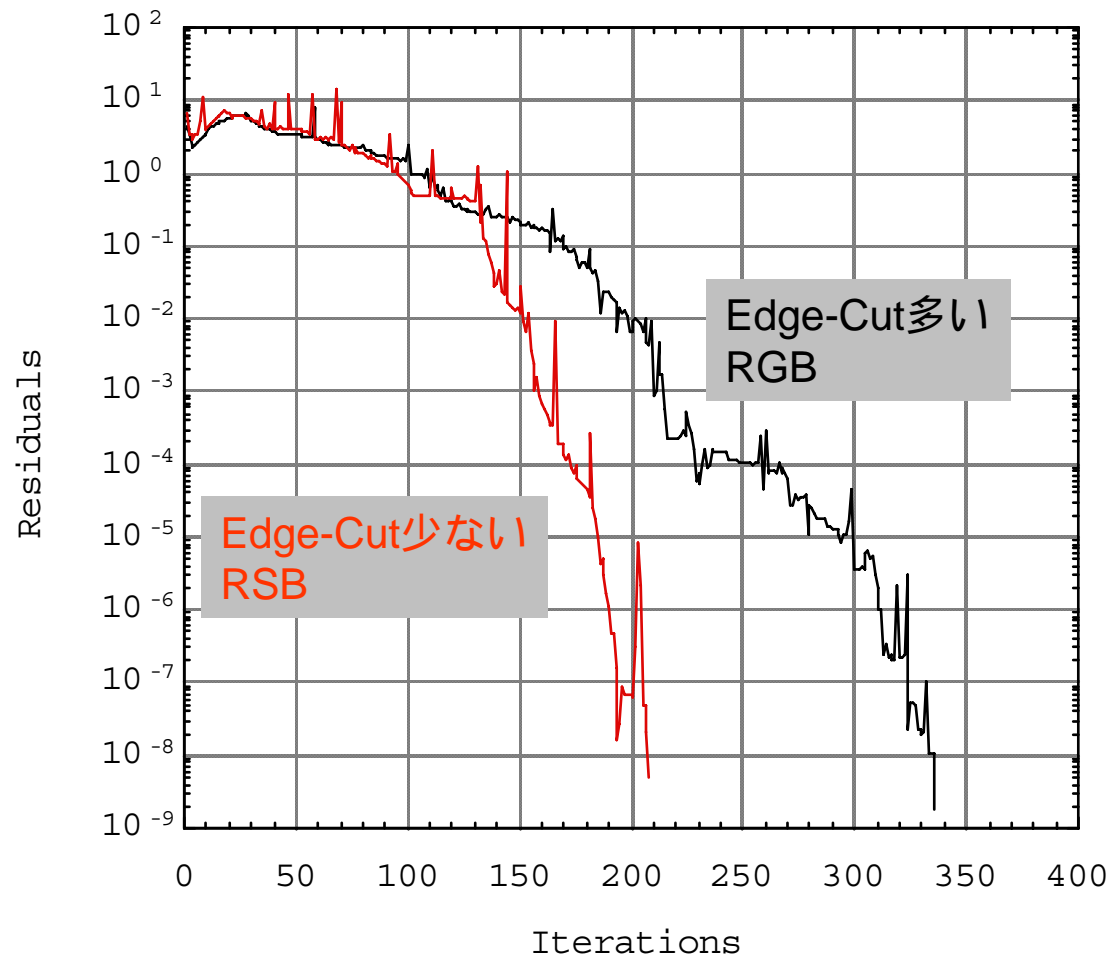
RSB

Partitioning の反復法収束への影響

BiCGSTAB with Localized ILU(0) Preconditioning

15X15 region, RGB/RSB for 16 PE's, Poisson eqn's

Edge-Cutが少ないほど（通信が少ないほど）収束は速い



	RGB	RSB
Neighboring PEs (Ave., max)	3.63, 7	3.63, 6
Boundary Edges (Ave, max)	<u>15.1, 19</u>	<u>12.5, 18</u>

1996年2月頃
やった計算

Partitioning手法

- 数年前まで多くの研究グループがあったが今は, **MeTiS** (ミネソタ大学) と **JOSTLE** (グリニッジ大学) にほぼ集約
- **MeTiS: Univ. Minnesota**
 - <http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis/>
- **JOSTLE: Univ. Greenwich**
 - <http://staffweb.cms.gre.ac.uk/~c.walshaw/jostle/>

「eps_fvm」のPartitioningツール

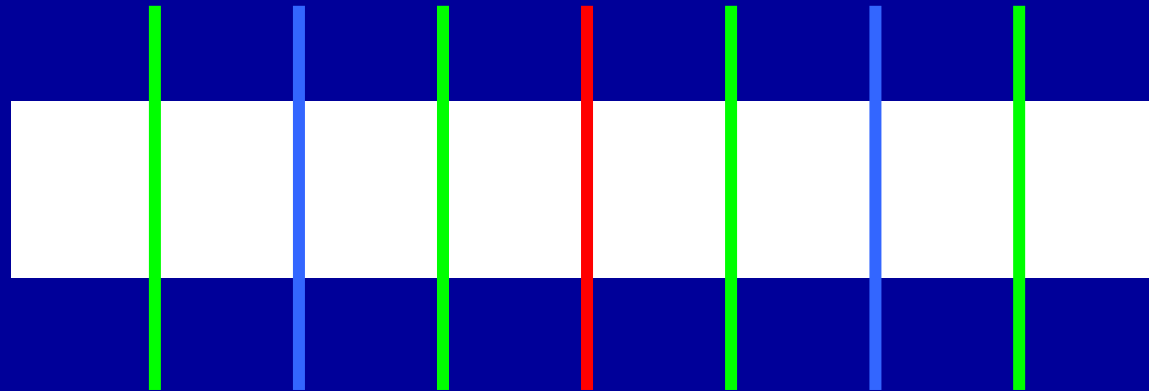
- 全体メッシュデータを対象とした簡易ツールを準備。
 - シリアル処理
- 全体メッシュデータを入力として，局所データ，通信情報
を出力する。
- 分割手法
 - RCB（Recursive Coordinate Bisection）法
 - METIS
 - kmetis 領域間通信最小（edge-cut最小）
 - pmetis 領域間バランス最適化

RCB法

Recursive Coordinate Bisection

H.D.Simon "Partitioning of unstructured problems for parallel processing", Comp. Sys. in Eng., Vol.2, 1991.

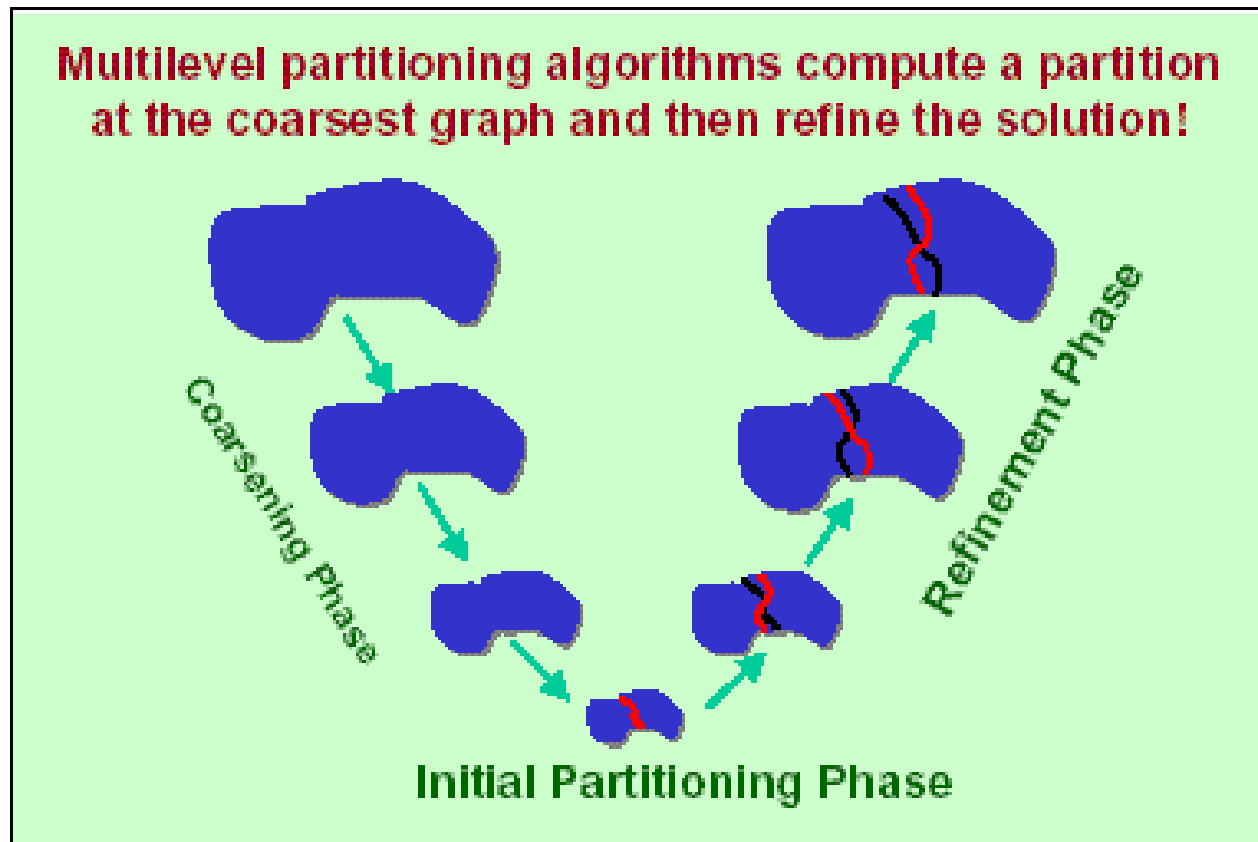
- XYZ座標成分の大小をとりながら分割
- 分割基準軸は形状に応じて任意に選択できる
- たとえば細長い形状では同じ方向への分割を続ける
- 2^n 領域の分割しかできない
- 高速，簡易形状ではMETISより良い



METIS

<http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis/>

- マルチレベルグラフ理論に基づいた方法



METIS

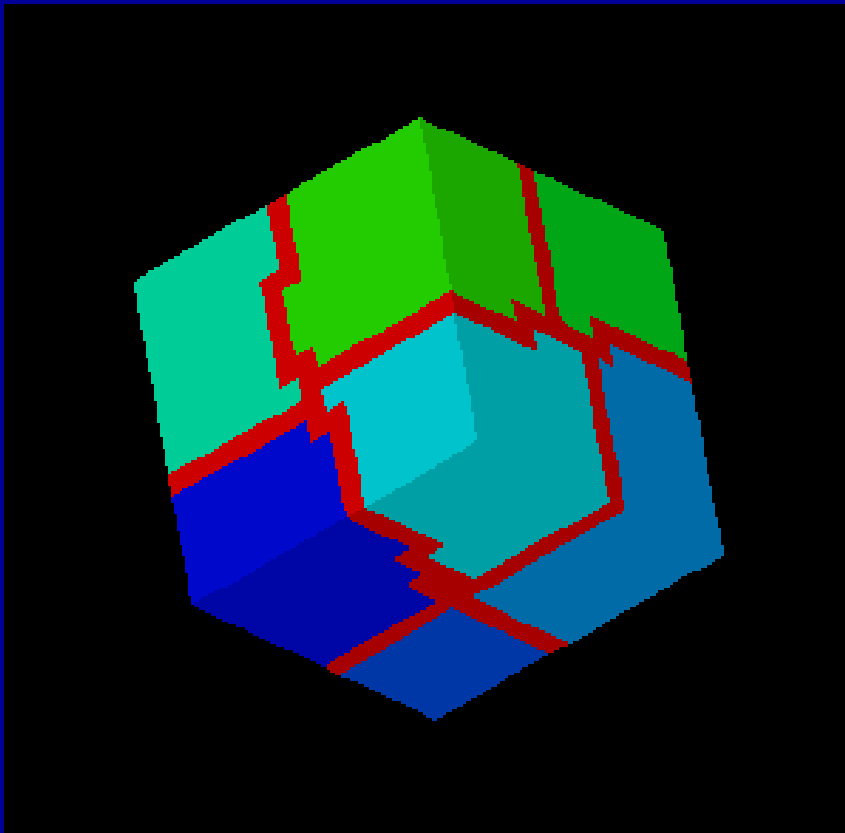
<http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis/>

- マルチレベルグラフ理論に基づいた方法
 - 特に通信 (edge-cut) が少ない分割を提供する
 - 安定, 高速
 - フリーウェア, 他のプログラムに組み込むことも容易
- 色々な種類がある
 - k-METIS 通信量 (edge-cut) 最小
 - p-METIS 領域間バランス最適化
 - ParMETIS 並列版
 - 領域分割だけでなく, オーダリング, データマイニングなど色々な分野に使用されている
 - 接触, 衝突問題における並列接触面探索

領域分割例：立方体領域：8分割

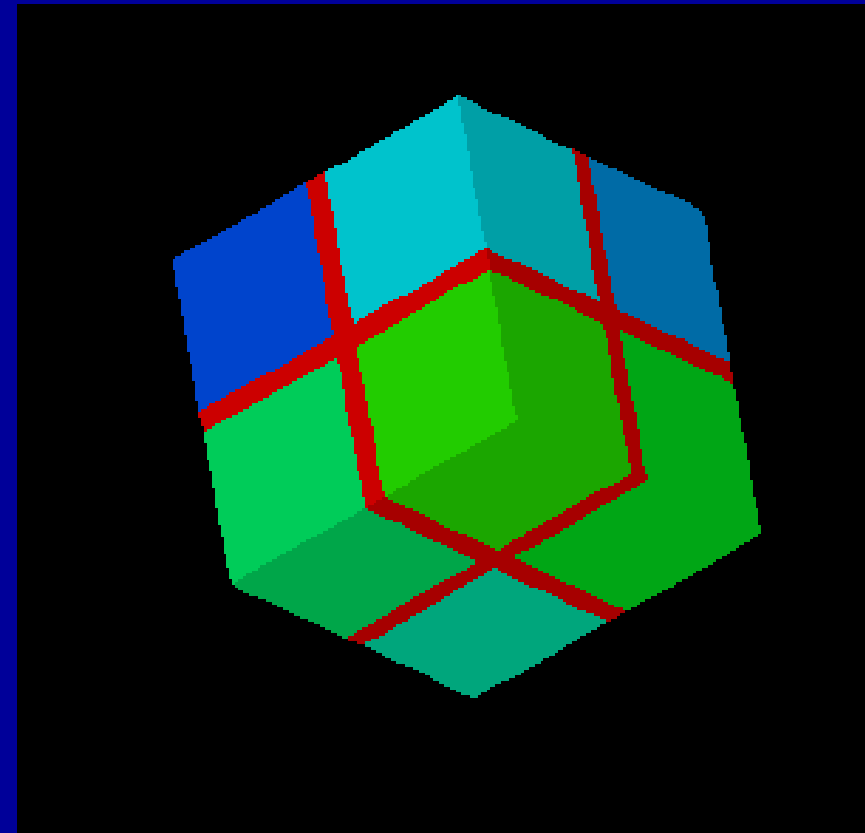
3,375要素 ($=15^3$) , 4,096節点

単純な形状ではむしろRCBが良い



k-METIS

edgcut = 882



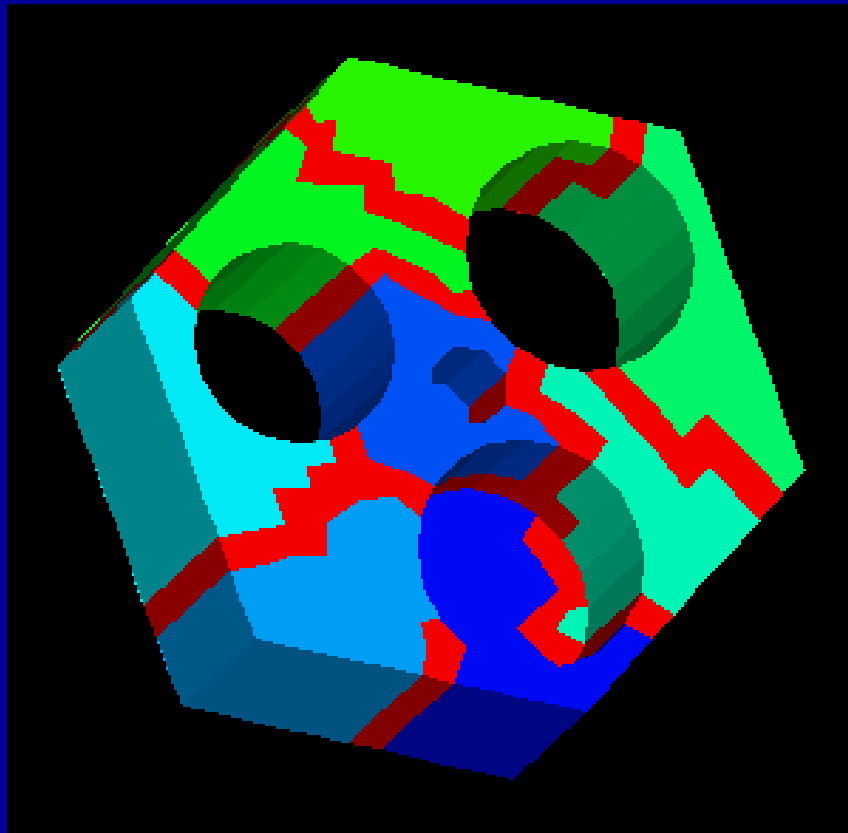
RCB

edgcut = 768

領域分割例：黒鉛ブロック：8分割

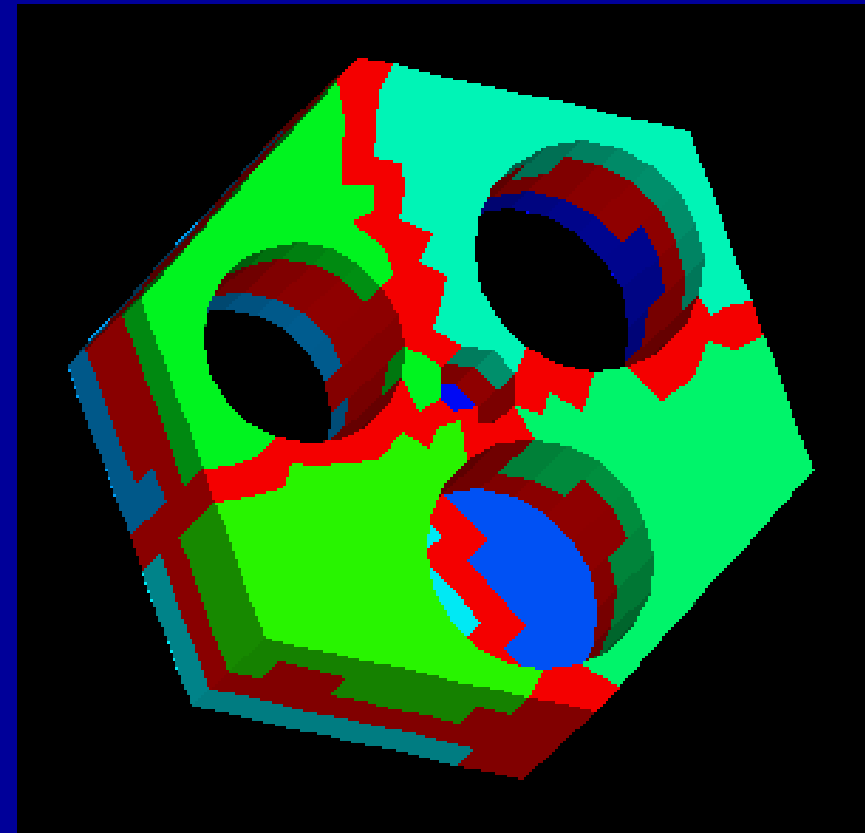
795要素，1,308節点

複雑形状ではMeTiSが良い：Overlap領域細かい



k-MeTiS

edgcut = 307



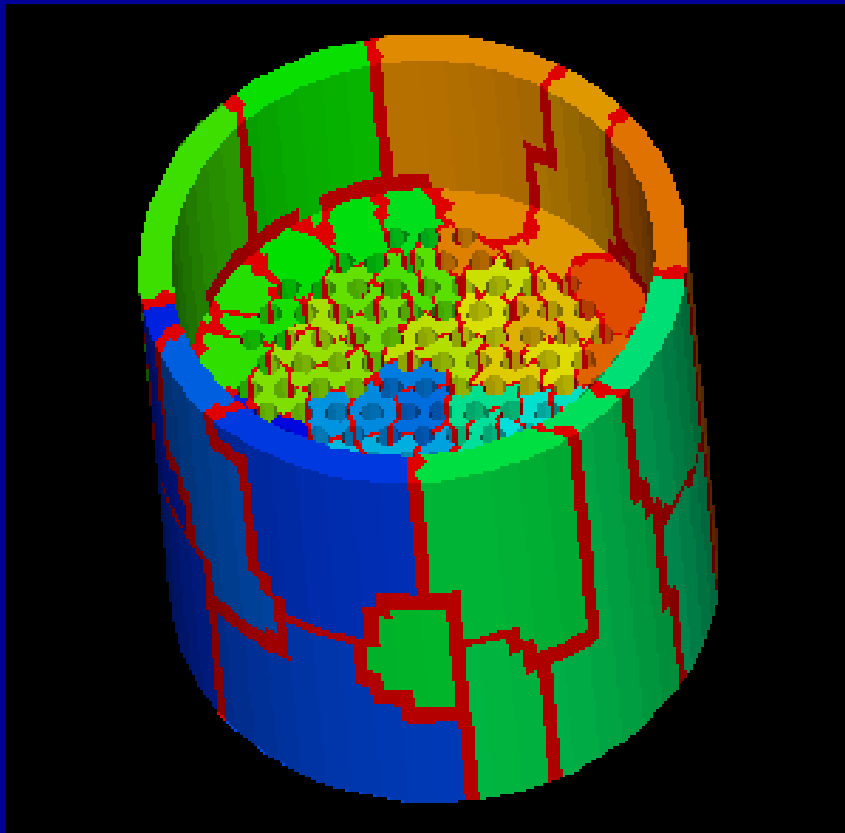
RCB

edgcut = 614

領域分割例：管板：64分割

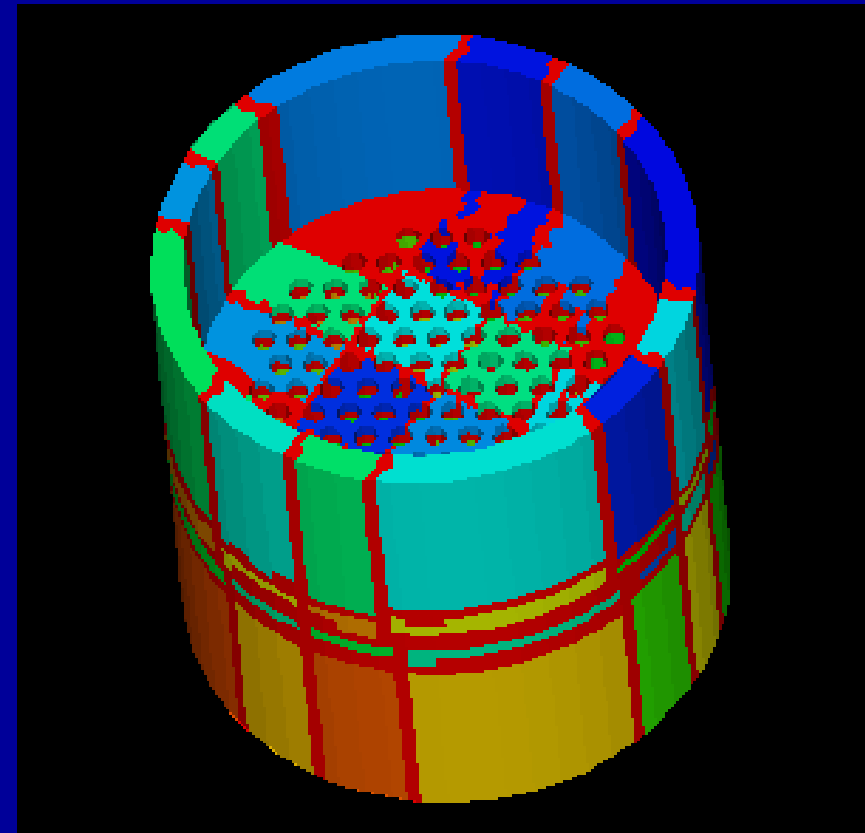
40,416要素，54,084節点

複雑形状ではMETISが良い：EdgeCut少ない



k-METIS

edgecut = 9,489



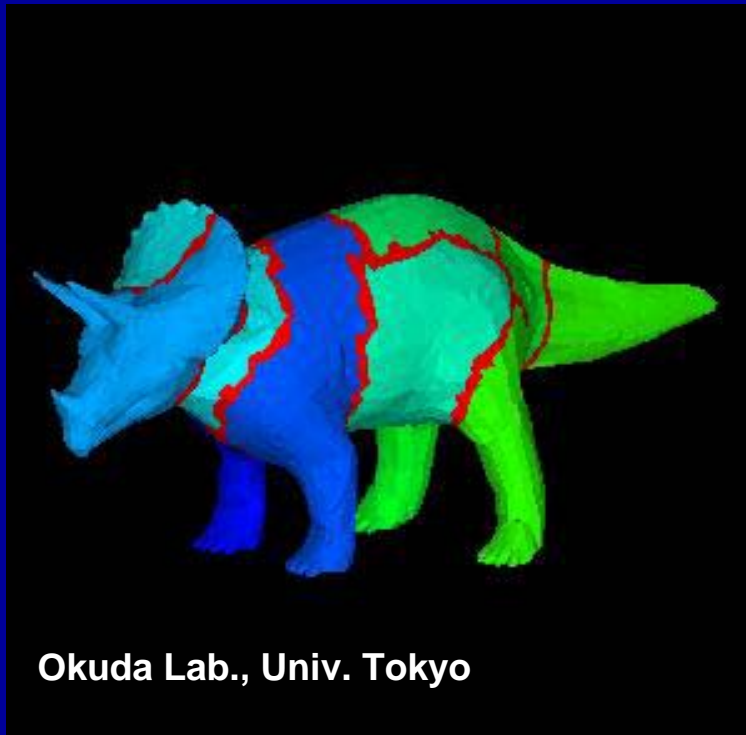
RCB

edgecut = 28,320

Strange Animal in 8 PEs

53,510 elements, 11,749 nodes.

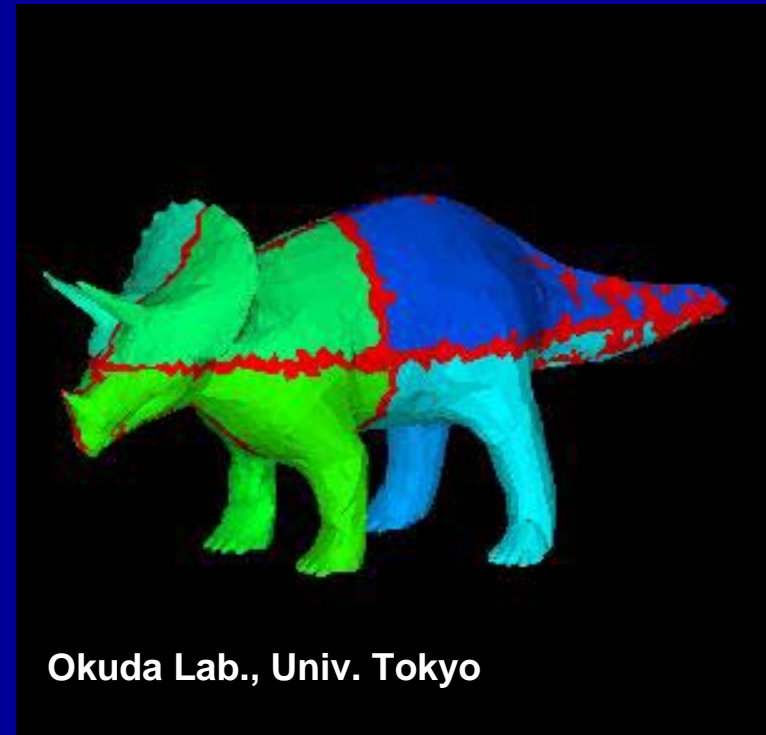
METIS is better for complicated geometries.



Okuda Lab., Univ. Tokyo

k-METIS

edgecut = 4,573



Okuda Lab., Univ. Tokyo

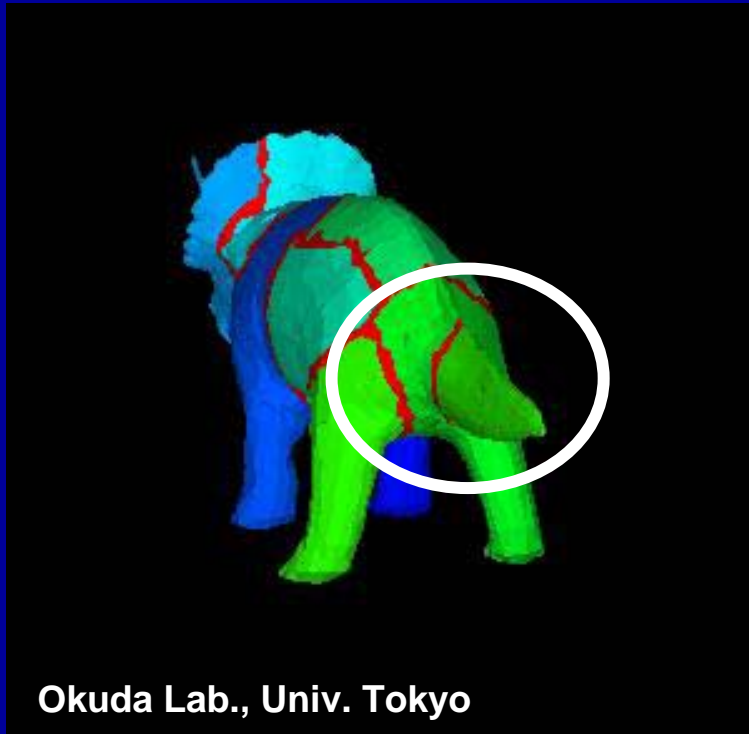
RCB

edgecut = 7,898

Strange Animal in 8 PEs

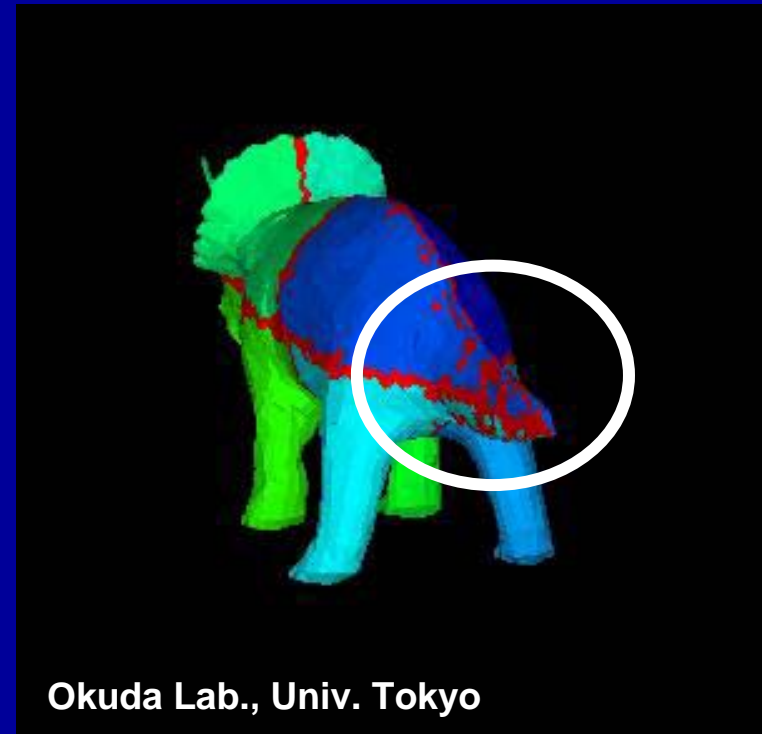
53,510 elements, 11,749 nodes.

METIS is better for complicated geometries.



k-METIS

edgecut = 4,573



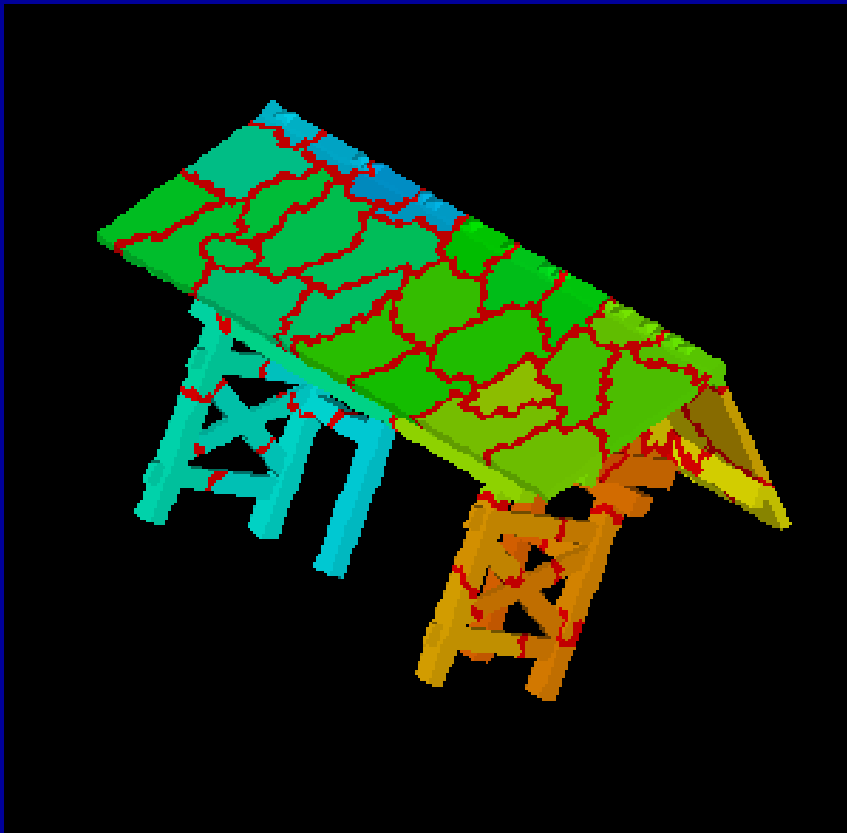
RCB

edgecut = 7,898

領域分割例：東大赤門：64分割

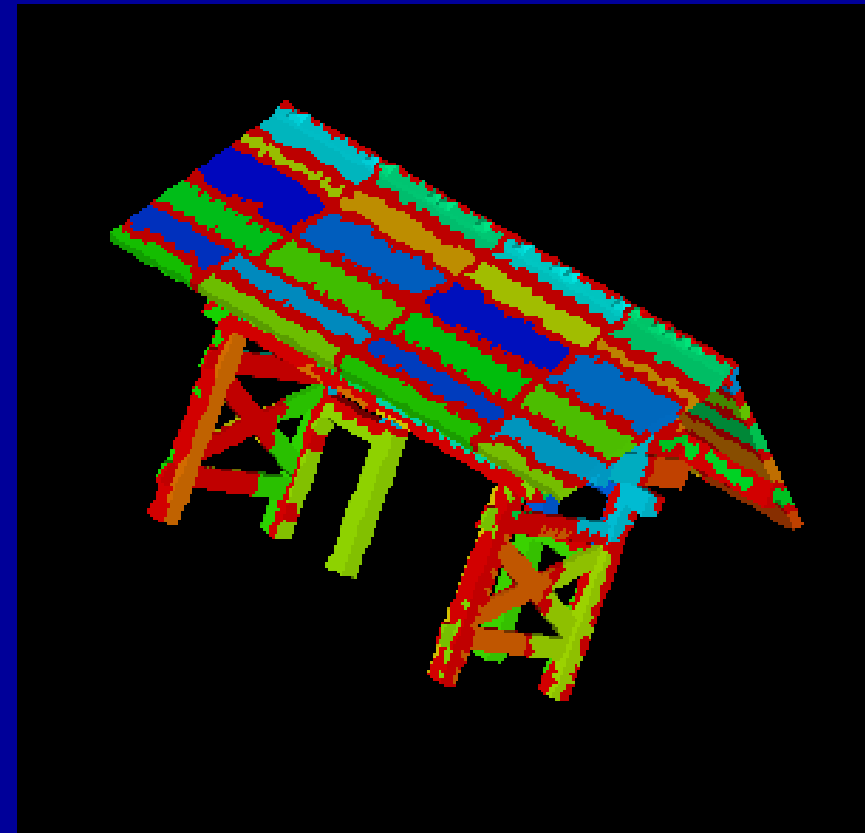
40,624要素，54,659節点

複雑形状ではMETISが良い：EdgeCut少ない



k-METIS

edgecut = 7,563



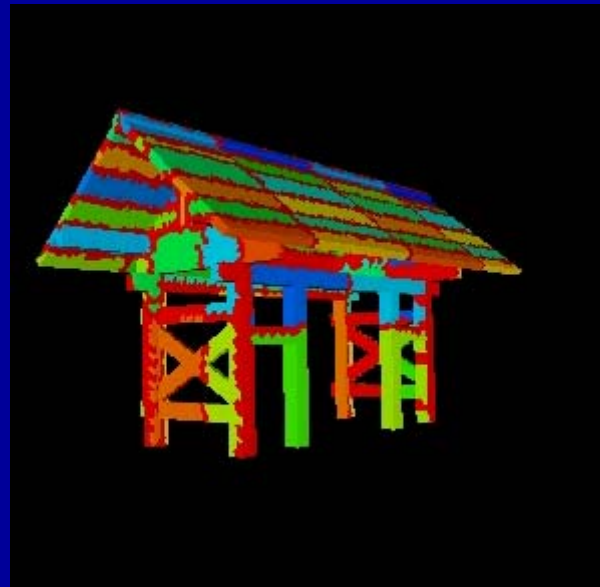
RCB

edgecut = 18,624

領域分割例：東大赤門：64分割

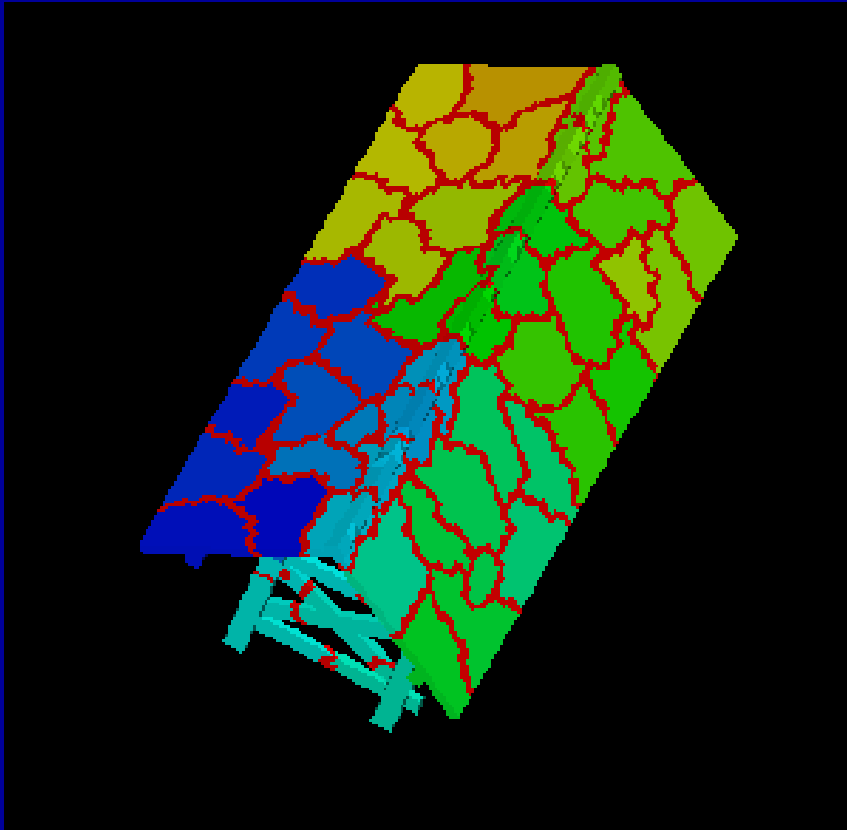
40,624要素，54,659節点

複雑形状ではMETISが良い：EdgeCut少ない



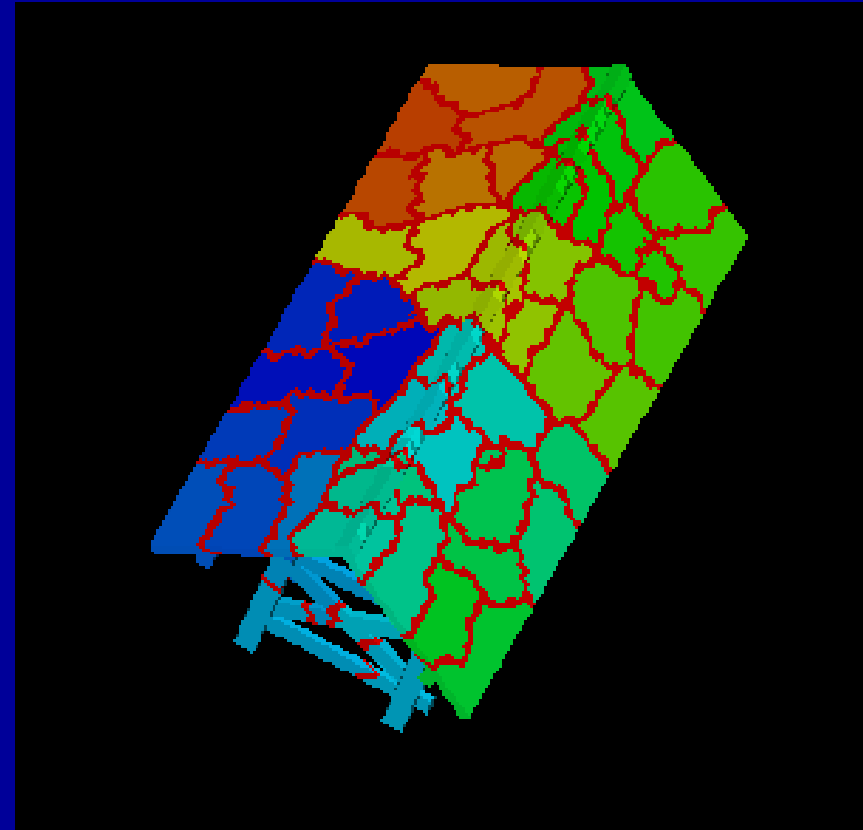
領域分割例：東大赤門：64分割

40,624要素，54,659節点



k-METIS

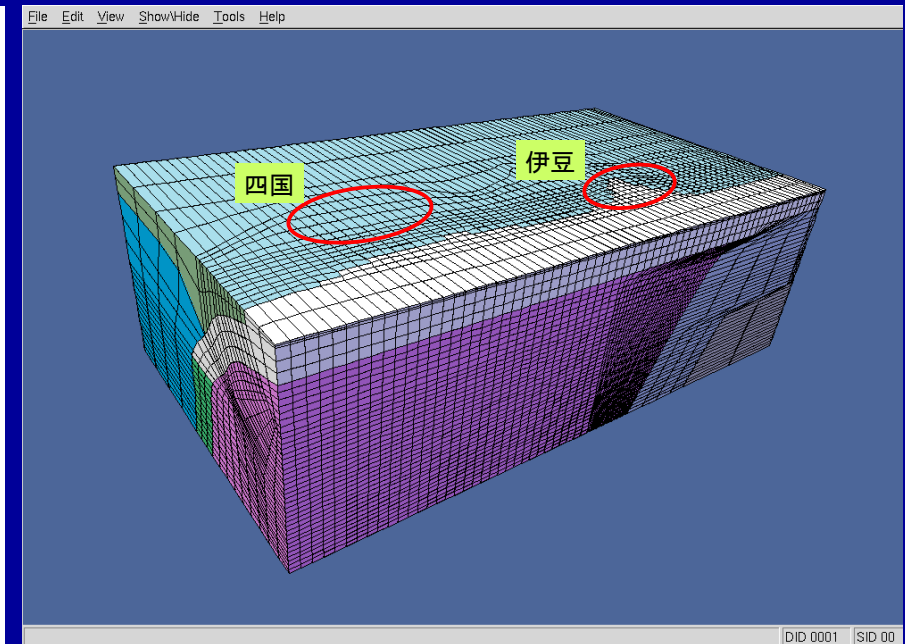
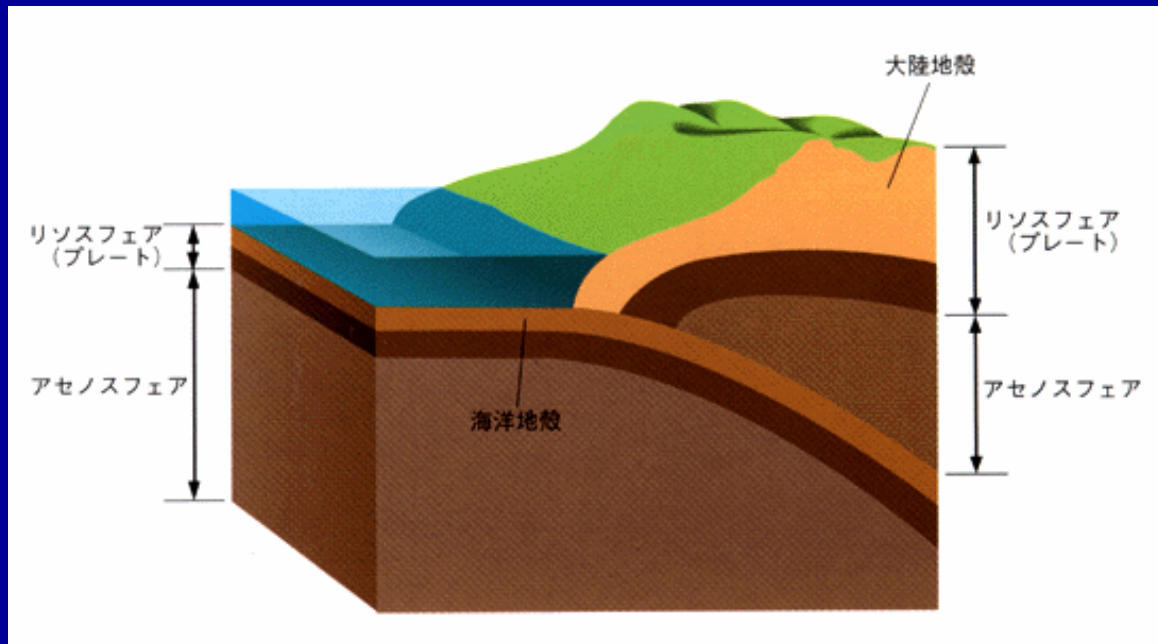
Load Balance= 1.03
edgecut = 7,563



p-METIS

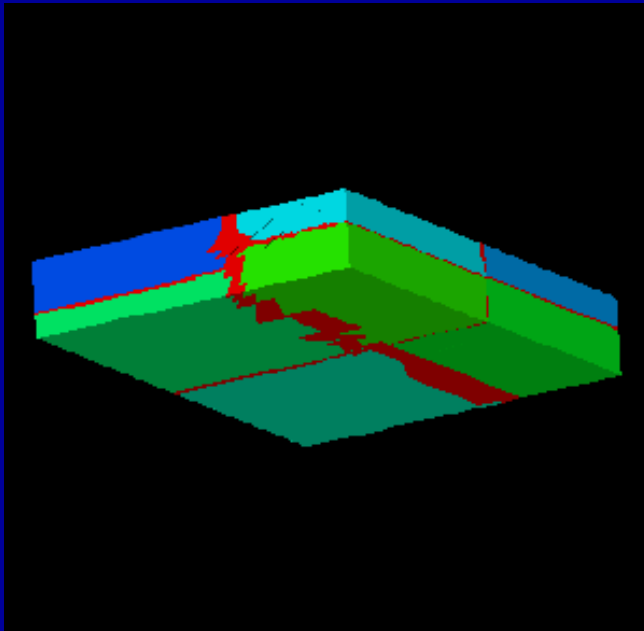
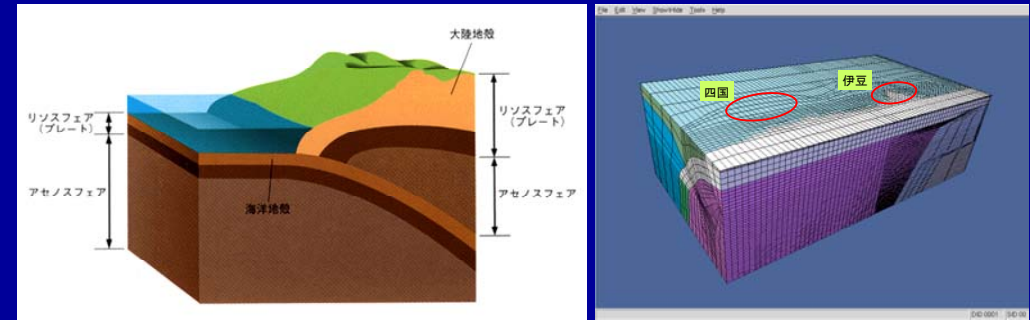
Load Balance= 1.00
edgecut = 7,738

領域分割例： 西南日本

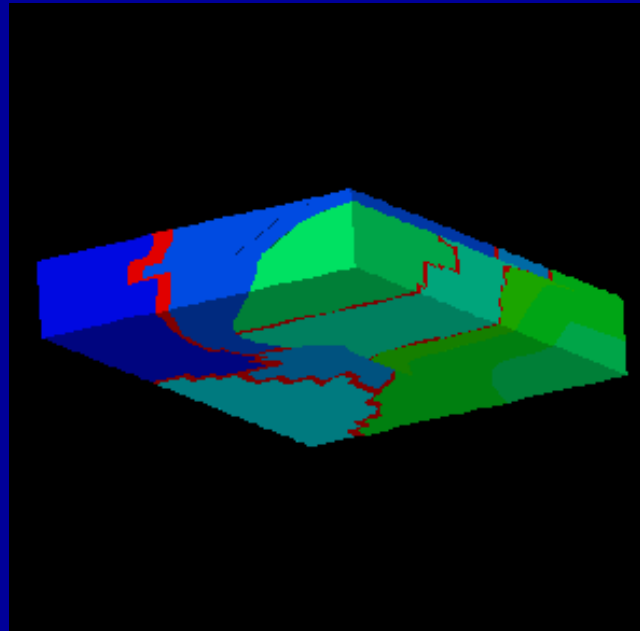


領域分割例： 西南日本：8分割

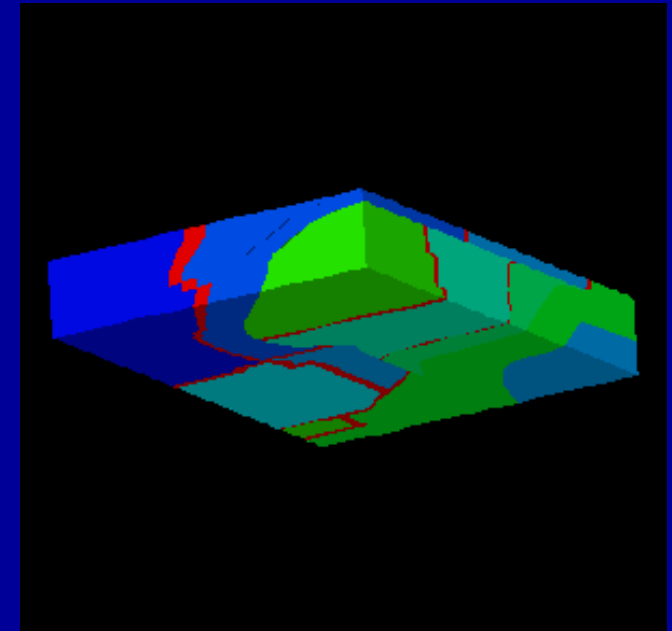
57,205要素，58,544節点



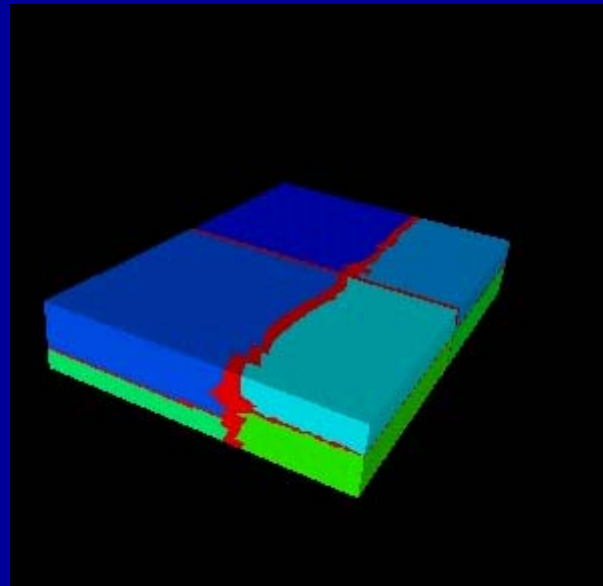
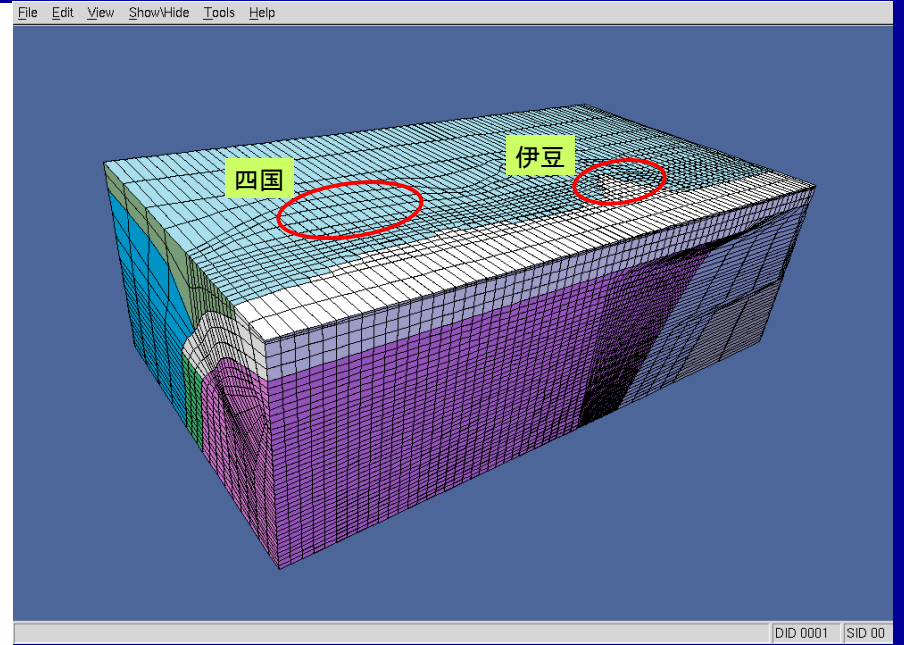
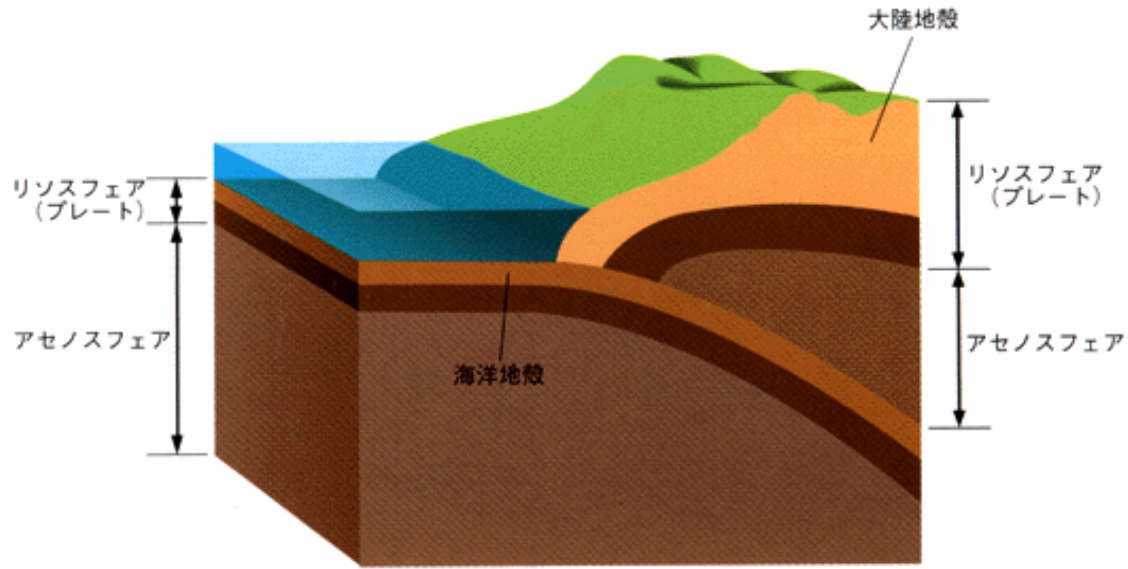
RCB e.c.=7433



k-METIS :4,221



p-METIS :3,672



- FVMにおける並列計算と局所データ構造の考え方
- 領域分割手法について
- **eps_fvmにおける領域分割機能：eps_fvm_part**
- eps_fvm「並列化」に向けて

「eps_fvm」のPartitioningツール

- 全体メッシュデータを対象とした簡易ツールを準備。
 - シリアル処理
- 全体メッシュデータを入力として、局所データ、通信情報を別々のファイルとして出力する。
- 分割手法
 - RCB (Recursive Coordinate Bisection) 法
 - METIS
 - kmetis 領域間通信最小 (edge-cut最小)
 - pmetis 領域間バランス最適化

「eps_fvm」の領域分割の考え方

- 1領域= 1 PE (Processing Element)
 - ハードウェア的プロセスを意味しない
 - 領域番号は0(ゼロ)から始まる: MPIの都合
- 要素単位の領域分割
- 局所データ
 - 要素情報, 要素間コネクティビティ
 - 境界条件関連
 - 通信テーブル
 - 「一般化的な形」の考え方

まずやってみましょう

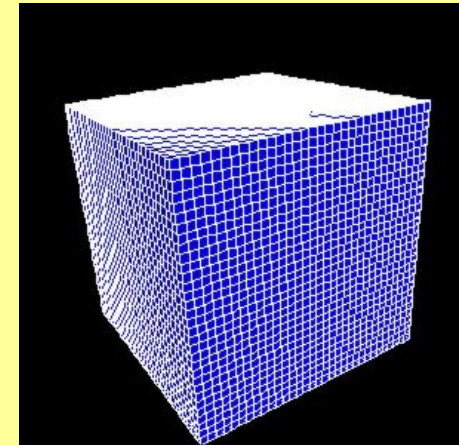
```
$> cd <$07S>
$> cp /home/nakajima/class/2007summer/F/CS09.tar .
$> tar xvf CS09.tar
<$P1>の下に "P1/test-mesh" というディレクトリができる
```

各自作成したディレクトリ

```
$> cd P1/test-mesh
$> cd ex1
```

```
$> cat fvmmg.ctrl
    32 32 32
$> eps_fvm_mg
$> ls fvm_entire*
fvm_entire_mesh.dat
fvm_entire_mesh.inp
fvm_entire_mesh.inp_geo
$> ls fvmpart.ctrl
fvmpart.ctrl
$> eps_fvm_part
```

メッシュ生成

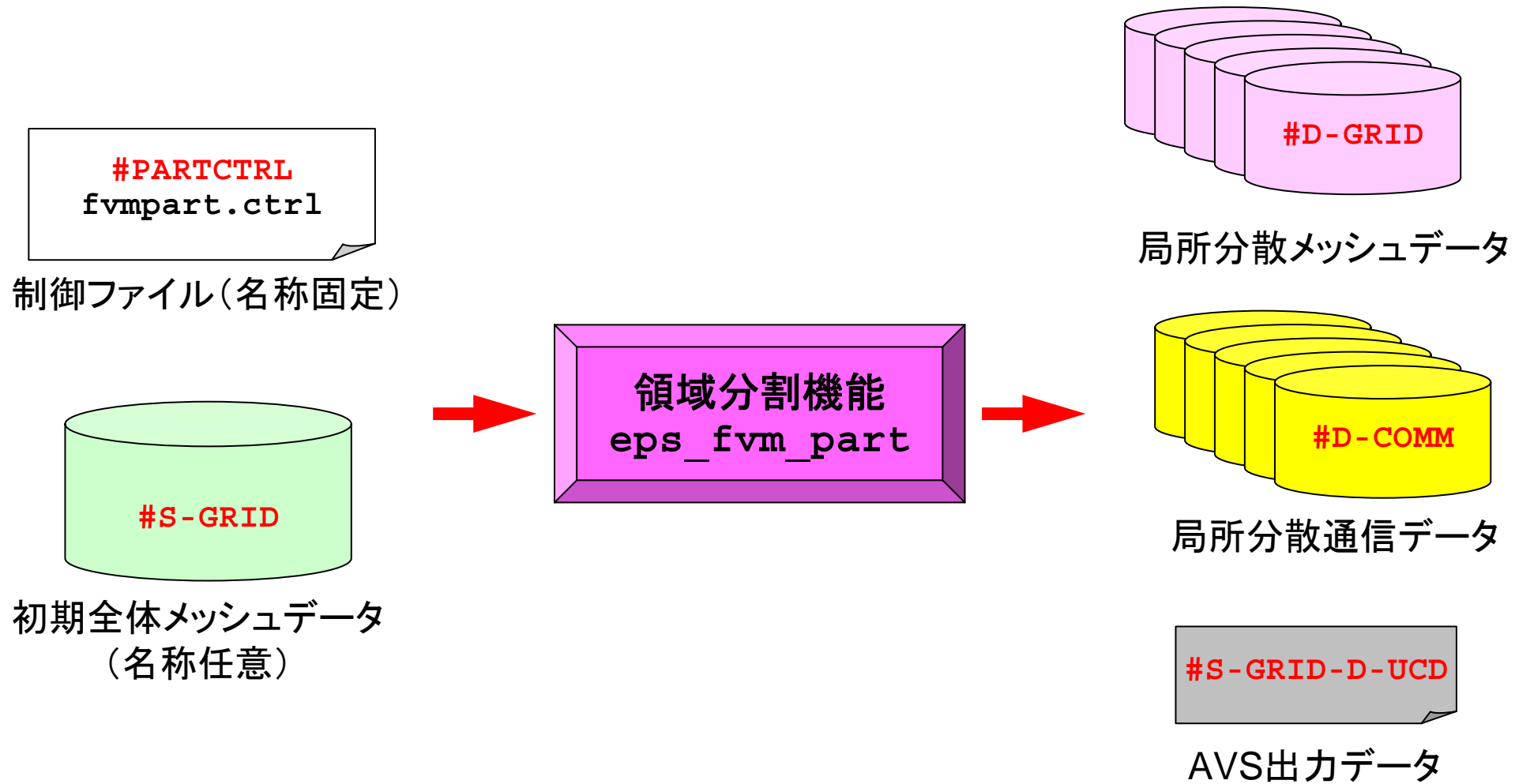


領域分割制御用ファイル #PARTCTRL

領域分割 !

32個×2のファイルが作成されます

領域分割機能とファイル入出力



3種類のファイルが出力される

- 局所分散メッシュデータ(#D-GRID)
 - 基本的なファイルの形式は初期全体メッシュデータと変わらない
 - 各プロセッサで扱う情報のみ細切れにされている
 - 局所番号
- 局所分散通信データ(#D-COMM)
 - 通信テーブルの一般的な形に基づくデータについて記述されている
 - 並列計算に特有なデータ
- AVS出力データ(#S-GRID-D-UCD)
 - 領域ごとに色分けされたメッシュデータ(全体データ)

制御ファイル “fvmpart.ctrl” について (1/4)

```
!INITIAL FILE  
fvmpart_entire_mesh.dat  
  
!METHOD  
RCB  
X, Y, Z, X, Y  
  
!REGION NUMBER  
32  
  
!MESH FILE  
mesh.rcb  
  
!COMMUNICATION FILE  
comm.rcb  
  
!UCD  
rcb-32-xyz.inp
```

- 名称は「fvmpart.ctrl」に固定。
- 「#」、または「!!」から開始される行はコメント行とみなされる。
- 以下の6つのブロック(“!”から始まる)とそれに続くパラメータから構成される。ブロック間の空行数は任意であり、記述する順番も任意である。

制御ファイル “fvmpart.ctrl” について (2/4)

```
!INITIAL FILE  
fvmpart_entire_mesh.dat  
  
!METHOD  
RCB  
X, Y, Z, X, Y  
  
!REGION NUMBER  
32  
  
!MESH FILE  
mesh.rcb  
  
!COMMUNICATION FILE  
comm.rcb  
  
!UCD  
rcb-32-xyz.inp
```

- **!INITIAL FILE**
 - 初期全体メッシュファイル名称 (相対パス)。
 - パラメータ
 - 初期全体メッシュファイル #S-GRID 名称
 - このブロックは必須である。
 - #S-GRIDの名称は任意である。
- **!METHOD**
 - 分割手法指定のためのヘッダ名。
 - パラメータ
 - 手法名 (RCB, KMETIS, PMETIS)
 - 必ず大文字で記入する
 - 手法として「RCB」を選択した場合は次の行に分割適用軸 (X, Y, Z) を大文字 + 「,」 で記入。
 - このブロックは必須である。

制御ファイル “fvmpart.ctrl” について (3/4)

```
!INITIAL FILE
fvmpart_entire_mesh.dat

!METHOD
RCB
X, Y, Z, X, Y

!REGION NUMBER
32

!MESH FILE
mesh.rcb

!COMMUNICATION FILE
comm.rcb

!UCD
rcb-32-xyz.inp
```

- **!REGION NUMBER**
 - 領域数。
 - パラメータ
 - 領域数(自然数)
 - このブロックは必須である。
 - 「!METHOD」として「RCB」を選択した場合は、2のべき乗としなければならない。
- **!MESH FILE**
 - 局所分散メッシュデータのヘッダ名 (**相対パス**)。
 - パラメータ
 - 局所分散メッシュデータ #D-GRIDのヘッダ名
 - このブロックは必須である。
 - 分散メッシュデータは「header.領域番号」として生成される。領域番号は0から開始。

制御ファイル “fvmpart.ctrl” について (4/4)

```
!INITIAL FILE
fvn_entire_mesh.dat

!METHOD
RCB
X, Y, Z, X, Y

!REGION NUMBER
32

!MESH FILE
mesh.rcb

!COMMUNICATION FILE
comm.rcb

!UCD
rcb-32-xyz.inp
```

- **!COMMUNICATION FILE**
 - 局所分散通信データのヘッダ名 (相対パス)。
 - パラメータ
 - 局所分散通信データ #D-COMMのヘッダ名
 - このブロックは必須である。
 - 分散メッシュデータは「header.領域番号」として生成される。領域番号は0から開始。
- **!UCD**
 - 領域分割の色分を表示するUCDファイル名 (相対パス)。
 - パラメータ
 - UCDファイル名 (拡張子として必ず「.inp」をつけること)
 - このブロックは省略可能である。

实例：RCB-1

```
!INITIAL FILE  
fvm_entire_mesh.dat
```

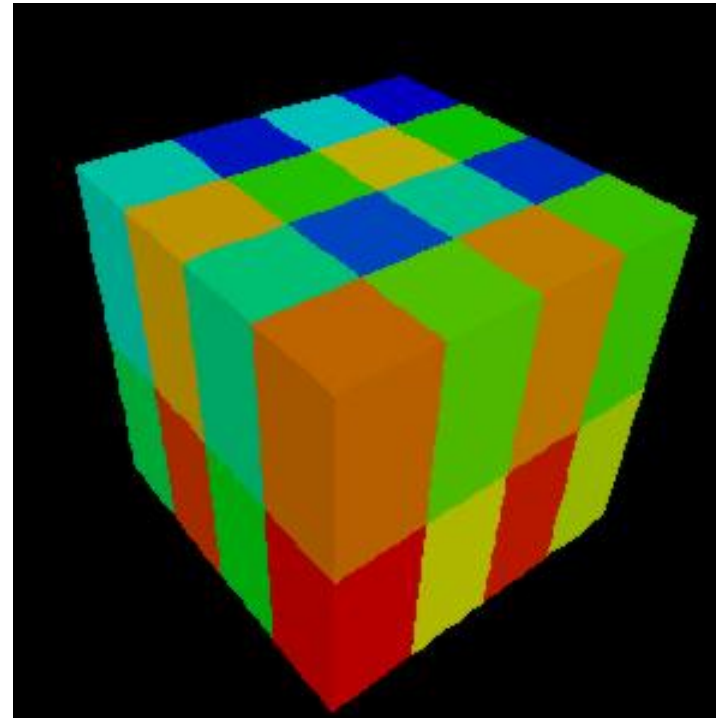
```
!METHOD  
RCB  
X,Y,Z,X,Y
```

```
!REGION NUMBER  
32
```

```
!MESH FILE  
mesh.rcb
```

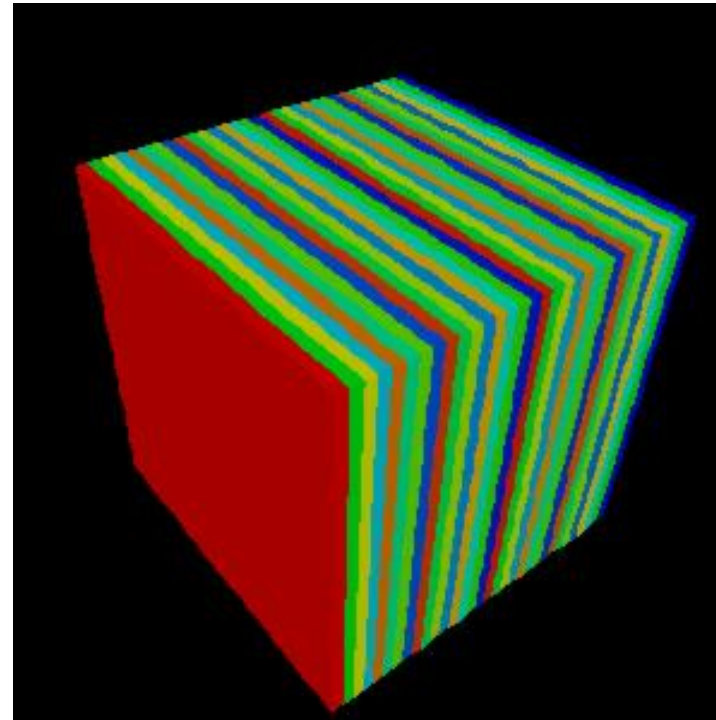
```
!COMMUNICATION FILE  
comm.rcb
```

```
!UCD  
rcb-32-xyz.inp
```



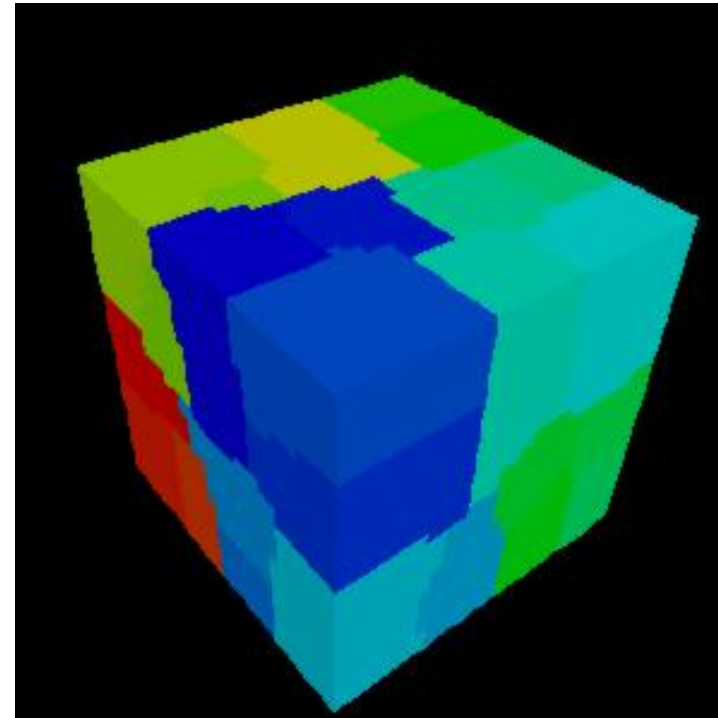
实例：RCB-2

```
!INITIAL FILE  
fvm_entire_mesh.dat  
  
!METHOD  
RCB  
X,X,X,X,X  
  
!REGION NUMBER  
32  
  
!MESH FILE  
mesh.rcb2  
  
!COMMUNICATION FILE  
comm.rcb2  
  
!UCD  
rcb-32-xxx.inp
```



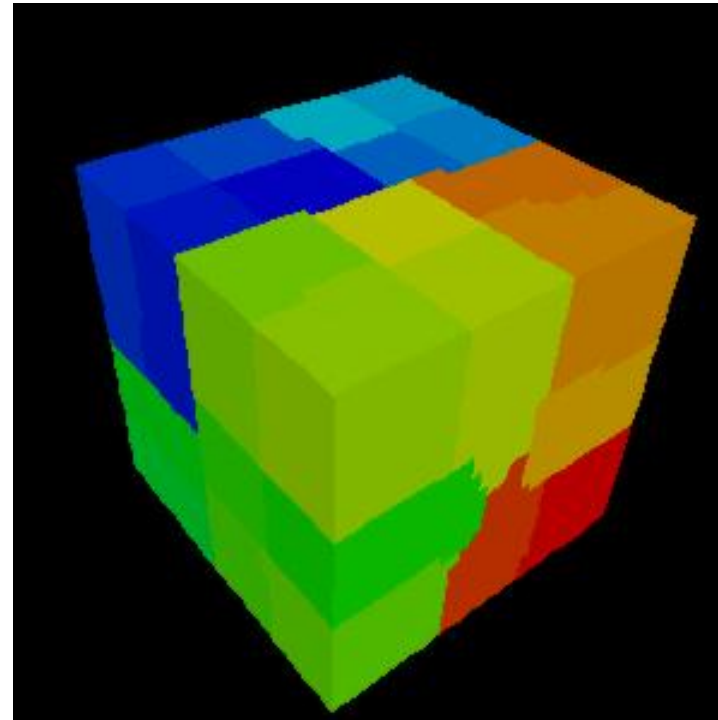
实例：kmetis

```
!INITIAL FILE  
fvm_entire_mesh.dat  
  
!METHOD  
KMETIS  
  
!REGION NUMBER  
32  
  
!MESH FILE  
mesh.kmetis  
  
!COMMUNICATION FILE  
comm.kmetis  
  
!UCD  
kmetis-32.inp
```



实例：pmetis

```
!INITIAL FILE  
fvm_entire_mesh.dat  
  
!METHOD  
PMETIS  
  
!REGION NUMBER  
32  
  
!MESH FILE  
mesh.pmetis  
  
!COMMUNICATION FILE  
comm.pmetis  
  
!UCD  
pmetis-32.inp
```



次はファイルの中身を見てみよう

```
$> cd <$P1>/test-mesh  
$> cd ex2
```

```
$> cat fvmpart.ctrl
```

領域分割制御用ファイル

```
!INITIAL FILE  
2d.mesh  
!METHOD  
RCB  
Y,X  
!REGION NUMBER  
4  
!MESH FILE  
mesh  
!COMMUNICATION FILE  
comm  
!UCD  
rcb-4.inp
```

```
$> eps_fvm_part
```

領域分割 !

```
$> ls mesh.*
```

局所分散メッシュファイル

```
mesh.0 mesh.1 mesh.2 mesh.3
```

```
$> ls comm.*
```

局所分散通信ファイル

```
comm.0 comm.1 comm.2 comm.3
```

局所分散データファイルのチュートリアル

http://www-solid.eps.s.u-tokyo.ac.jp/~nakajima/tutorial/part_tutorial/

http://www-solid.eps.s.u-tokyo.ac.jp/~nakajima/tutorial/part_tutorial.tar

初期全体メッシュファイル(1/2) (2d.mesh)

要素

```

16
1 1.000000E+00 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01 5.000000E-01
2 1.000000E+00 1.000000E+00 1.500000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
3 1.000000E+00 1.000000E+00 2.500000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
4 1.000000E+00 1.000000E+00 3.500000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
5 1.000000E+00 1.000000E+00 5.000000E-01 1.500000E+00 5.000000E-01
6 1.000000E+00 1.000000E+00 1.500000E+00 1.500000E+00 5.000000E-01
7 1.000000E+00 1.000000E+00 2.500000E+00 1.500000E+00 5.000000E-01
8 1.000000E+00 1.000000E+00 3.500000E+00 1.500000E+00 5.000000E-01
9 1.000000E+00 1.000000E+00 5.000000E-01 2.500000E+00 5.000000E-01
10 1.000000E+00 1.000000E+00 1.500000E+00 2.500000E+00 5.000000E-01
11 1.000000E+00 1.000000E+00 2.500000E+00 2.500000E+00 5.000000E-01
12 1.000000E+00 1.000000E+00 3.500000E+00 2.500000E+00 5.000000E-01
13 1.000000E+00 1.000000E+00 5.000000E-01 3.500000E+00 5.000000E-01
14 1.000000E+00 1.000000E+00 1.500000E+00 3.500000E+00 5.000000E-01
15 1.000000E+00 1.000000E+00 2.500000E+00 3.500000E+00 5.000000E-01
16 1.000000E+00 1.000000E+00 3.500000E+00 3.500000E+00 5.000000E-01

```

コネクティビティ

```

24
1 2 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
1 5 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
2 3 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
2 6 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
3 4 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
3 7 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
4 8 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
5 6 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
5 9 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
6 7 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
6 10 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
7 8 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
7 11 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
8 12 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
9 10 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
9 13 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
10 11 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
10 14 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
11 12 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
11 15 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
12 16 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
13 14 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
14 15 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
15 16 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01

```

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

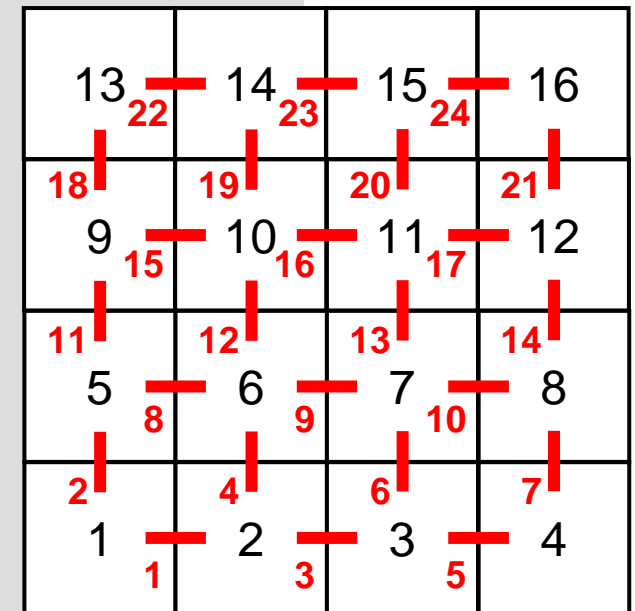
初期全体メッシュファイル(1/2) (2d.mesh)

要素

コネクティビティ

16					
1	1.000000E+00	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	5.000000E-01
2	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01
3	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01
4	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01
5	1.000000E+00	1.000000E+00	5.000000E-01	1.500000E+00	5.000000E-01
6	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
7	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
8	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
9	1.000000E+00	1.000000E+00	5.000000E-01	2.500000E+00	5.000000E-01
10	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
11	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
12	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
13	1.000000E+00	1.000000E+00	5.000000E-01	3.500000E+00	5.000000E-01
14	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
15	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
16	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01

24					
1	2	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	1
1	5	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	2
2	3	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	3
2	6	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	4
3	4	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	5
3	7	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	6
4	8	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	7
5	6	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	8
5	9	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	9
6	7	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	10
6	10	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	11
7	8	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	12
7	11	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	13
8	12	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	14
9	10	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	15
9	13	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	16
10	11	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	17
10	14	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	18
11	12	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	19
11	15	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	20
12	16	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	21
13	14	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	22
14	15	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	23
15	16	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	24



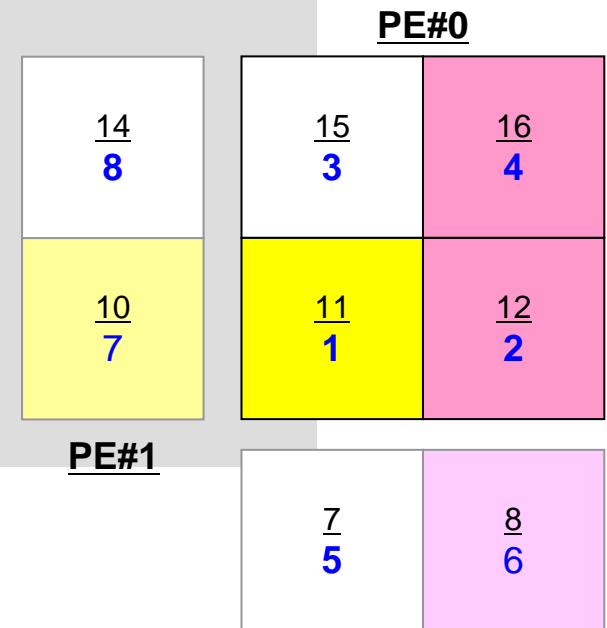
初期全体メッシュファイル(2/2) (2d.mesh)

ディリクレ	4			
	4	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00
	8	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00
	12	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00
ノイマン	16	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00
	4			
	1	1.000000E+00	1.000000E+00	
	5	1.000000E+00	1.000000E+00	
体積発熱	9	1.000000E+00	1.000000E+00	
	13	1.000000E+00	1.000000E+00	
	4			
	6	1.000000E+00		
	7	1.000000E+00		
	10	1.000000E+00		
	11	1.000000E+00		

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

局所分散メッシュファイル(mesh.0)

要素	8					
	1	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
	2	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
	3	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
	4	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
	5	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
	6	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
	7	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
8	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01	
コネクティビティ	8					
	5	1	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
	6	2	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
	7	1	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
	1	2	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
	1	3	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
	2	4	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
	8	3	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
3	4	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01		
境界条件	2					
	2	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00		
	4	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00		
	0					
	1	1.000000E+00				



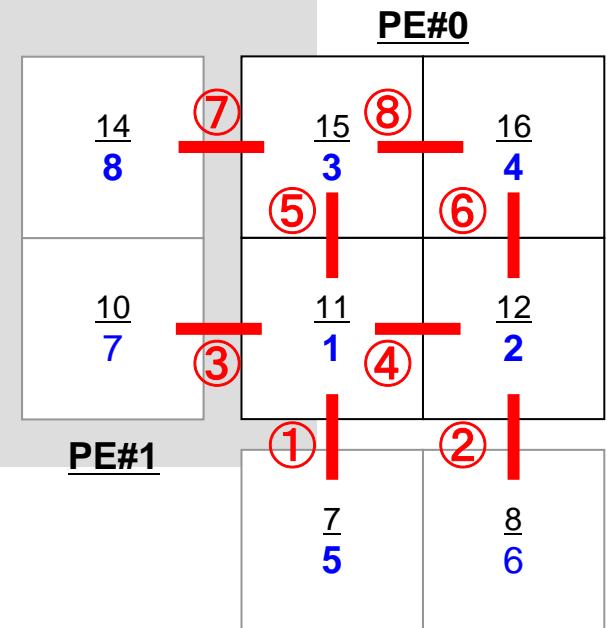
基本的に初期全体メッシュファイルと同じ
局所要素番号による記述

境界条件(ディリクレ, ノイマン, 体積発熱): 「内点」のみの情報

PE#2

局所分散メッシュファイル(mesh.0)

要素	8					
	1	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
	2	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
	3	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
	4	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
	5	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
	6	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
	7	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
8	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01	
コネクティビティ	8					
	5	1	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	①
	6	2	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	②
	7	1	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	③
	1	2	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	④
	1	3	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	⑤
	2	4	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	⑥
	8	3	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	⑦
3	4	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	⑧	
境界条件	2					
	2	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00		
	4	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00		
	0					
	1					
1	1.000000E+00					



基本的に初期全体メッシュファイルと同じ
局所要素番号による記述

コネクティビティ:「内点～内点」,「内点～外点」のみの情報

PE#2

全体マトリクスの生成

要素*i*に関する釣り合い

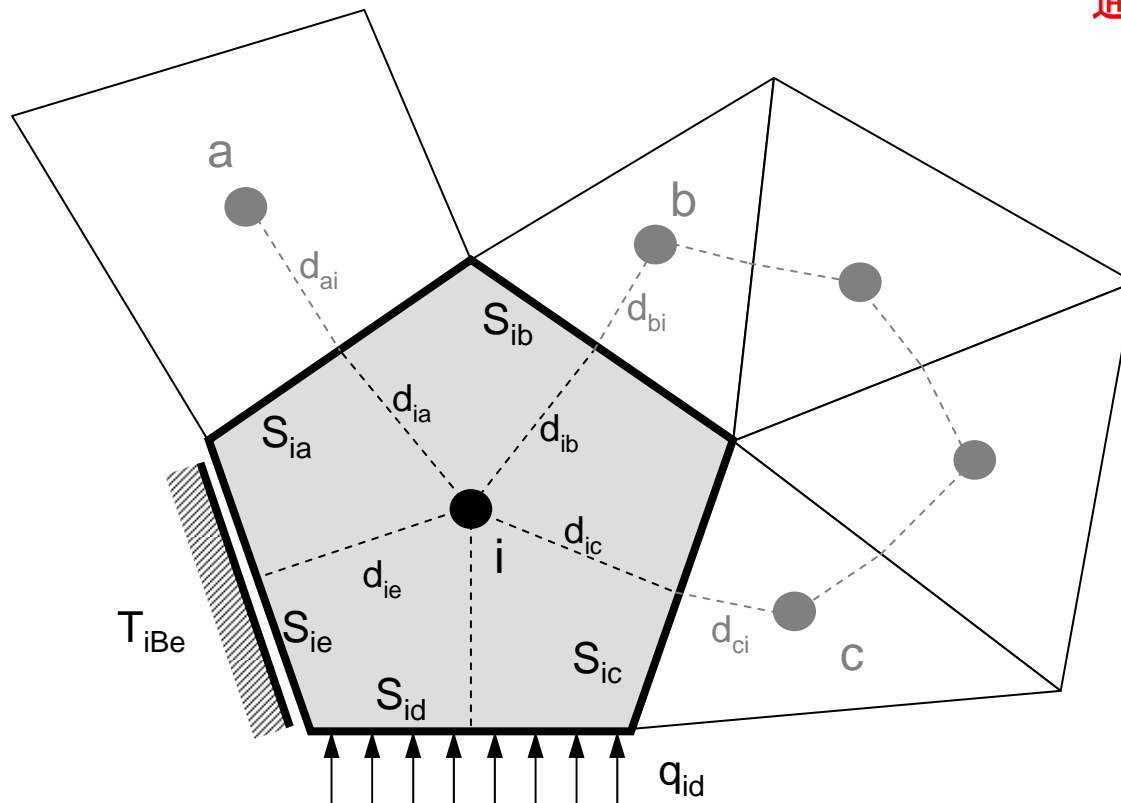
$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{d_{ie}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

隣接要素との熱伝導

温度固定境界

要素境界面
通過熱流束

体積
発熱



λ : 熱伝導率

V_i : 要素体積

S : 表面面積

d_{ij} : 要素中心から表面までの距離

q : 表面フラックス

Q : 体積発熱

T_{iB} : 境界温度

全体マトリクスの生成

要素*i*に関する釣り合い

$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

$$- \sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_k + \sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_i - \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_{iBe} + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_i = \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i$$

定数項: 右辺へ移項

全体マトリクスの生成

要素*i*に関する釣り合い

$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

$$-\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_k + \sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_i - \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_{iBe} + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_i = \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i$$

定数項: 右辺へ移項

$$\left[\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} \right] T_i - \left[\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_k \right] = \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_{iBe}$$

D(対角成分)

AMAT(非対角成分)

BFORCE(右辺)

全体マトリクスの生成

要素iに関する釣り合い

$$\left[\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} \right] T_i - \left[\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_k \right] = \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_{iBe}$$

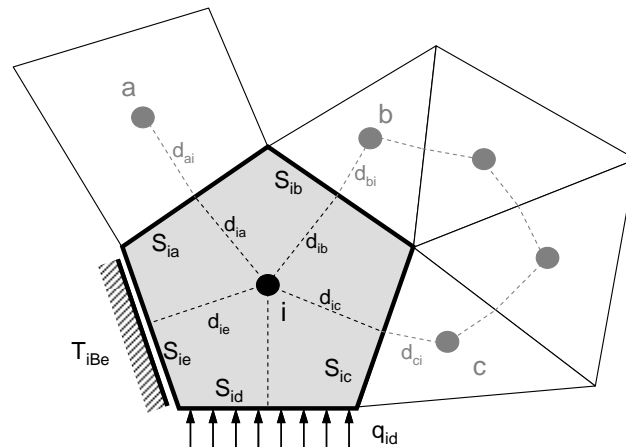
D(対角成分)

AMAT(非対角成分)

BFORCE(右辺)

隣接要素の情報必要

自分自身(要素i)
の情報のみ必要



全体マトリクス(一次元熱伝導問題の例)

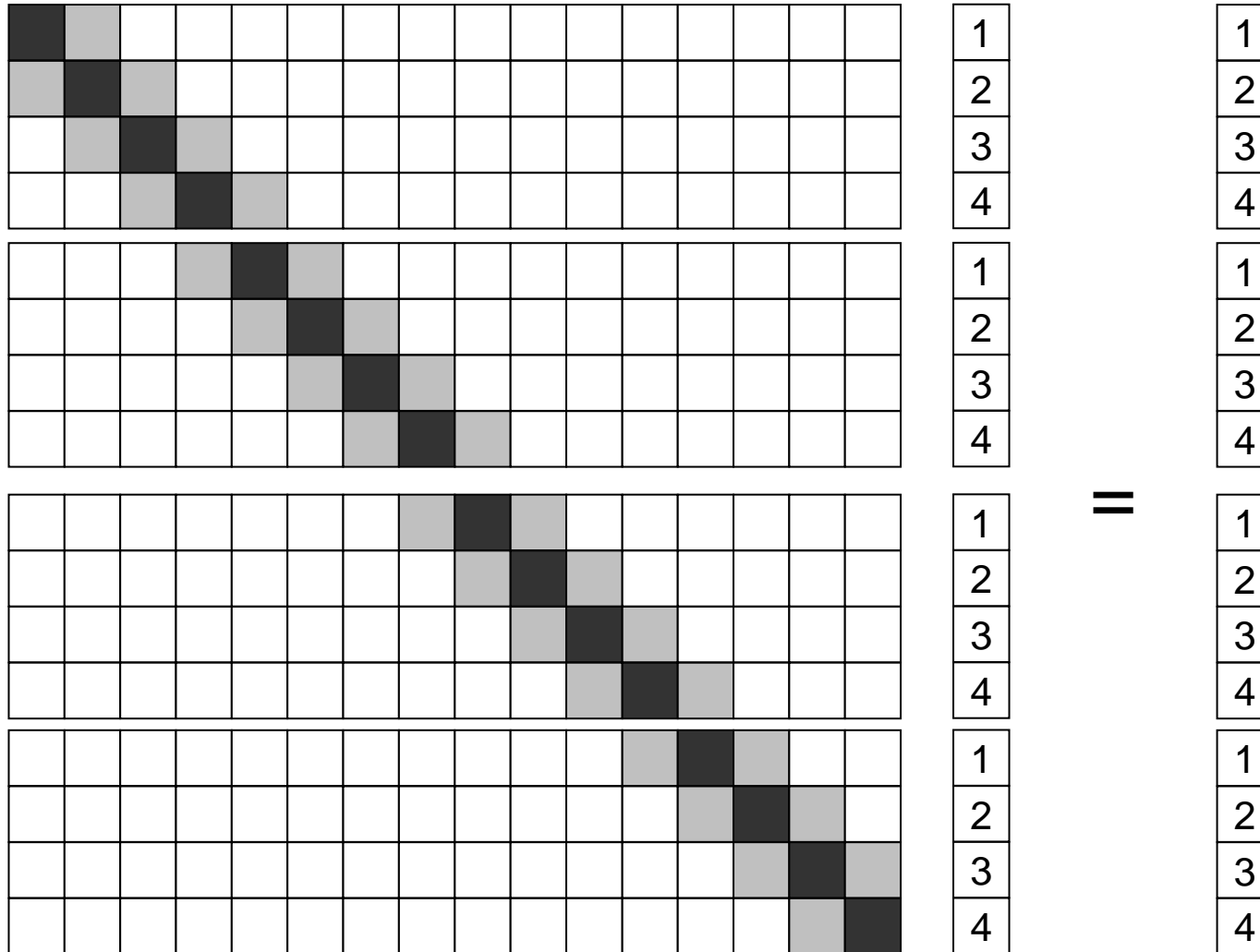
<u>1</u>
<u>2</u>
<u>3</u>
<u>4</u>
<u>5</u>
<u>6</u>
<u>7</u>
<u>8</u>
<u>9</u>
<u>10</u>
<u>11</u>
<u>12</u>
<u>13</u>
<u>14</u>
<u>15</u>
<u>16</u>

 $=$

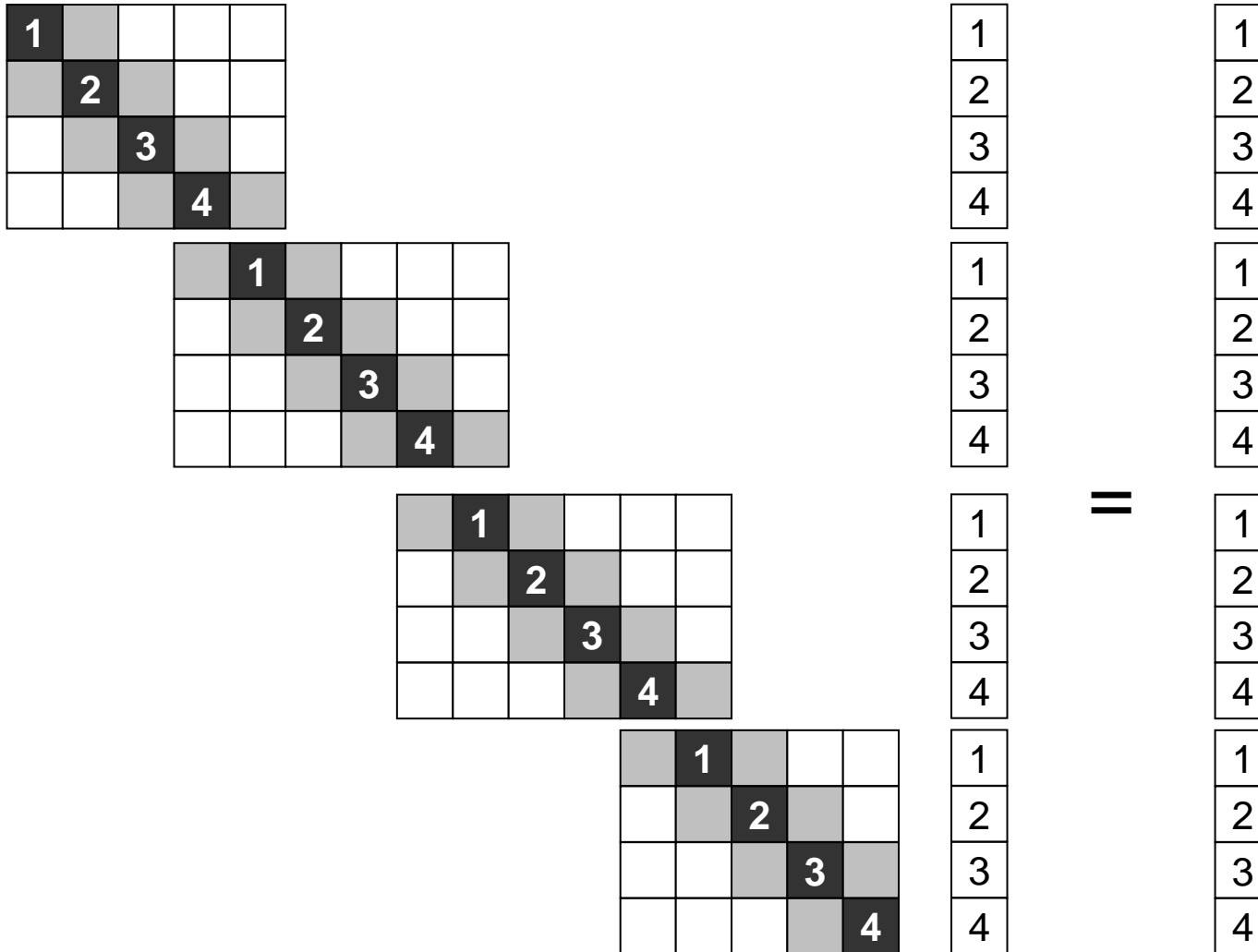
<u>1</u>
<u>2</u>
<u>3</u>
<u>4</u>
<u>5</u>
<u>6</u>
<u>7</u>
<u>8</u>
<u>9</u>
<u>10</u>
<u>11</u>
<u>12</u>
<u>13</u>
<u>14</u>
<u>15</u>
<u>16</u>

[AMAT+D] {PHI} {RHS}

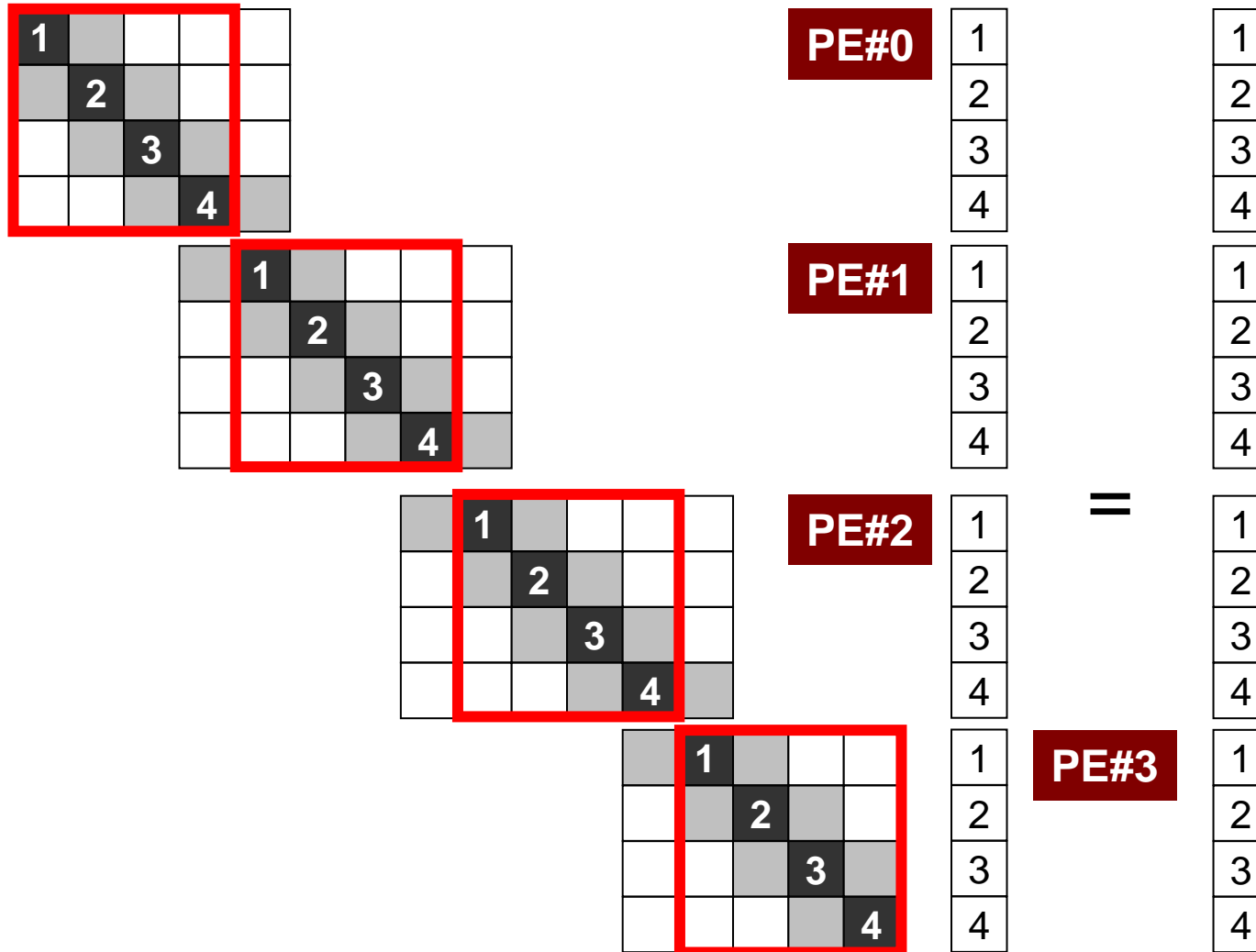
4領域に分割すると...



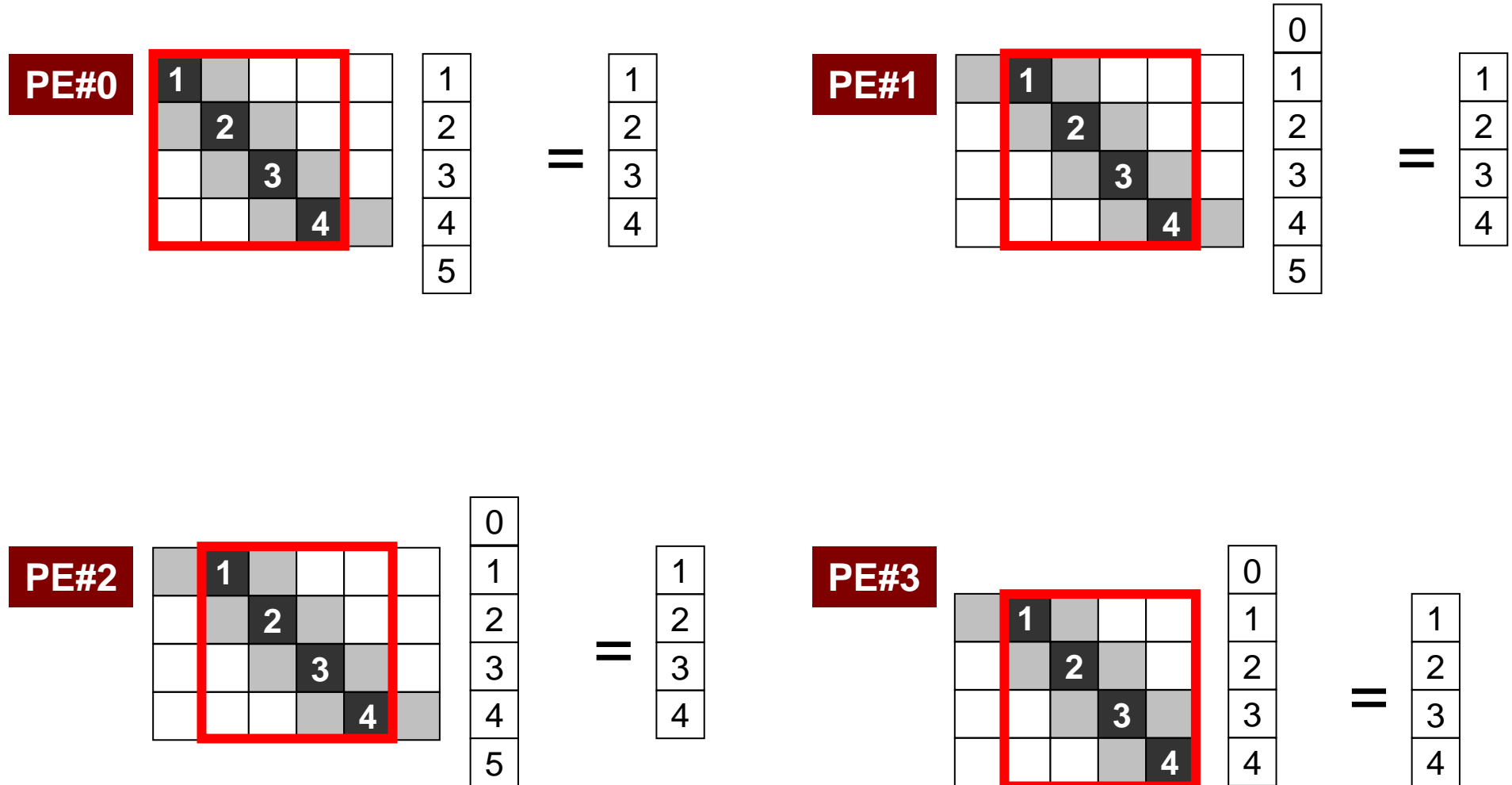
4領域に分割すると...



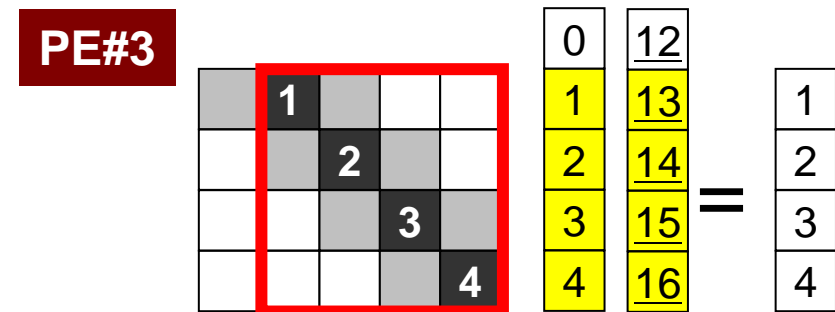
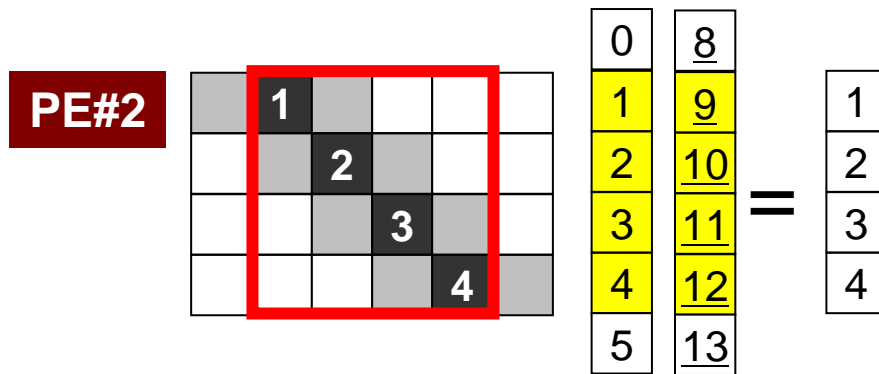
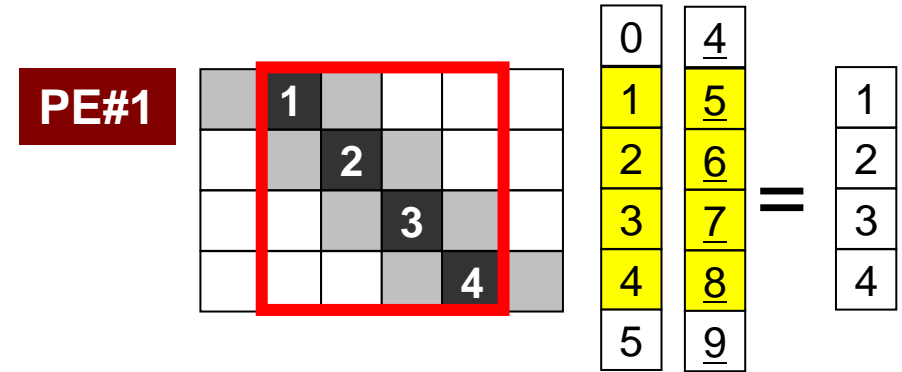
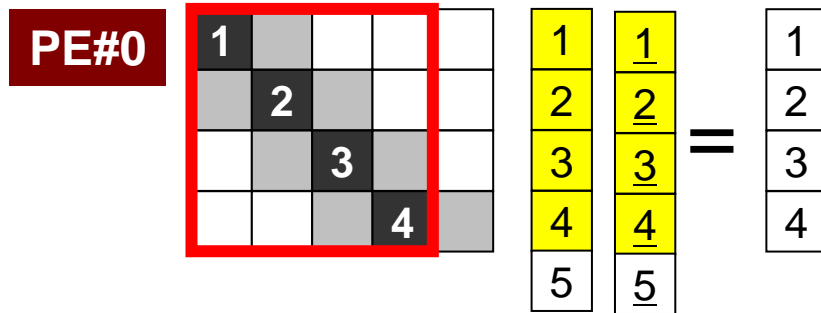
4領域に分割すると...



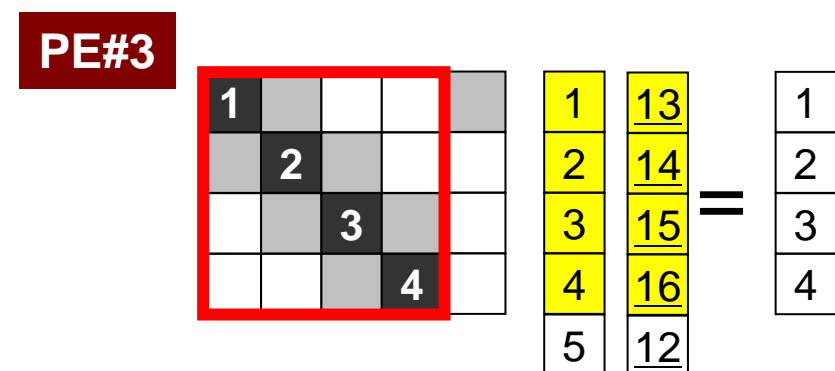
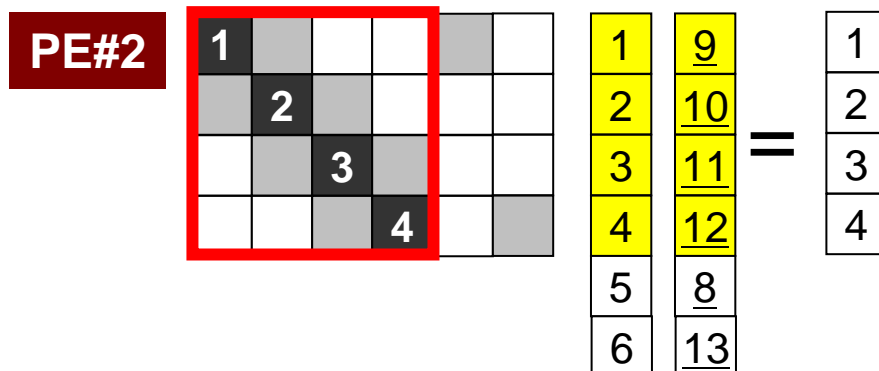
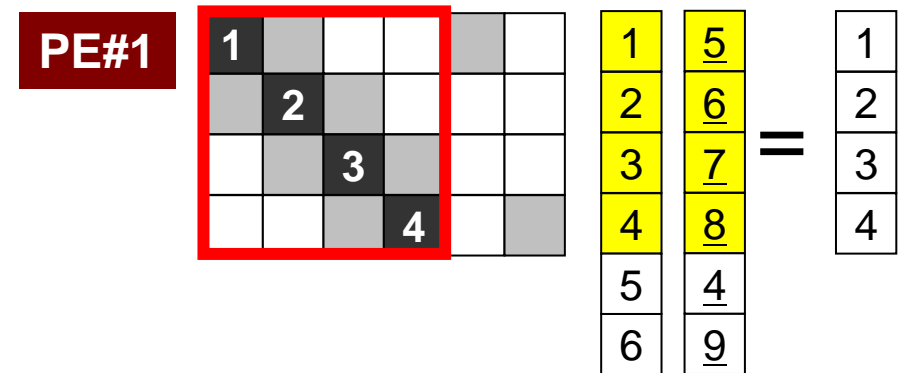
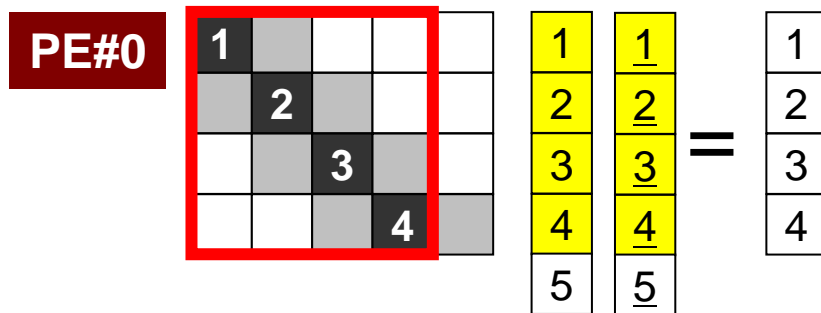
4領域に分割すると...



4領域に分割すると...



新しいデータ構造では 0番が無い, 内点～外点の順番で番号付け



並列CG法で外点に関する{RHS}の 情報は不要：課題S3の例

```

do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
    kk= export_item(k)
    SENDbuf(k)= PHI(kk)
  enddo
enddo

!C
!C-- SEND & RECV.
  do neib= 1, NEIBPETOT
    is= export_index(neib-1) + 1
    ir= import_index(neib-1) + 1
    len_s= export_index(neib) - export_index(neib-1)
    len_r= import_index(neib) - import_index(neib-1)
    call MPI_SENDRCV
&      (SENDbuf(is), len_s, MPI_DOUBLE_PRECISION, &
&      NEIBPE(neib), 0, &
&      RECVbuf(ir), len_r, MPI_DOUBLE_PRECISION, &
&      NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, stat1, ierr)
  enddo
!C- update
  do neib= 1, NEIBPETOT
    do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
      kk= import_item(k)
      PHI(kk)= RECVbuf(k)
    enddo
  enddo

do i= 1, N
  W(i,R) = RHS(i) -DIAG(i)*PHI(i)
  do j= INDEX(i-1)+1, INDEX(i)
    W(i,R) = W(i,R) - AMAT(j)*PHI(ITEM(j))
  enddo
enddo

```

```

Compute  $r^{(0)} = b - [A]x^{(0)}$ 
for  $i = 1, 2, \dots$ 
  solve  $[M]z^{(i-1)} = r^{(i-1)}$ 
   $\rho_{i-1} = r^{(i-1)} z^{(i-1)}$ 
  if  $i=1$ 
     $p^{(1)} = z^{(0)}$ 
  else
     $\beta_{i-1} = \rho_{i-1} / \rho_{i-2}$ 
     $p^{(i)} = z^{(i-1)} + \beta_{i-1} p^{(i-1)}$ 
  endif
   $q^{(i)} = [A]p^{(i)}$ 
   $\alpha_i = \rho_{i-1} / p^{(i)} q^{(i)}$ 
   $x^{(i)} = x^{(i-1)} + \alpha_i p^{(i)}$ 
   $r^{(i)} = r^{(i-1)} - \alpha_i q^{(i)}$ 
  check convergence  $|r|$ 
end

```

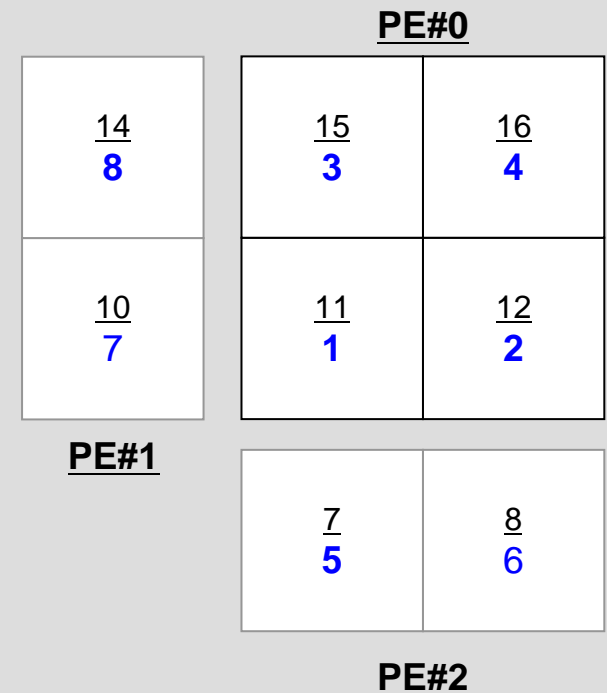
局所分散通信ファイル(comm.0)

隣接領域

```

#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1  2
#IMPORT index
  2  4
#IMPORT items
  7  8  5  6
#EXPORT index
  2  4
#EXPORT items
  1  3  1  2
#INTERNAL NODE
  4
#TOTAL NODE
  8
#GLOBAL NODE ID
 11 12 15 16  7  8
 10 14

```



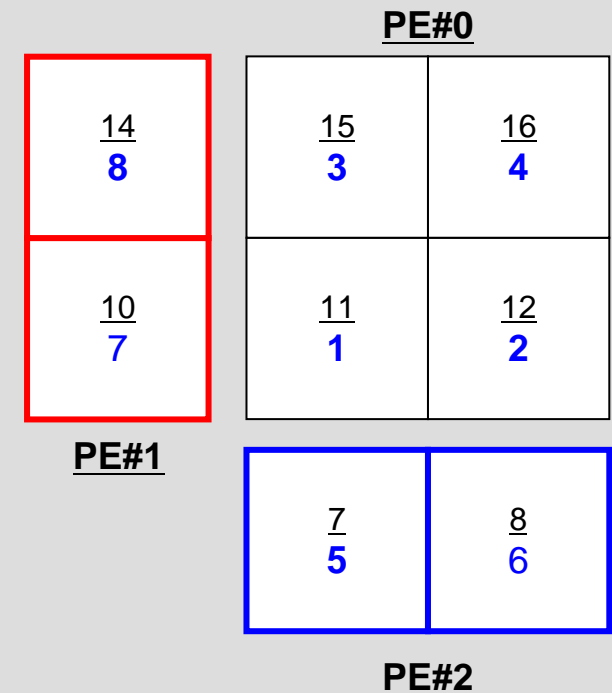
局所分散通信ファイル(comm.0)

受信テーブル, 外点情報

```

#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1  2
#IMPORT index
  2  4
#IMPORT items
  7  8  5  6
#EXPORT index
  2  4
#EXPORT items
  1  3  1  2
#INTERNAL NODE
  4
#TOTAL NODE
  8
#GLOBAL NODE ID
  11 12 15 16  7  8
  10 14

```



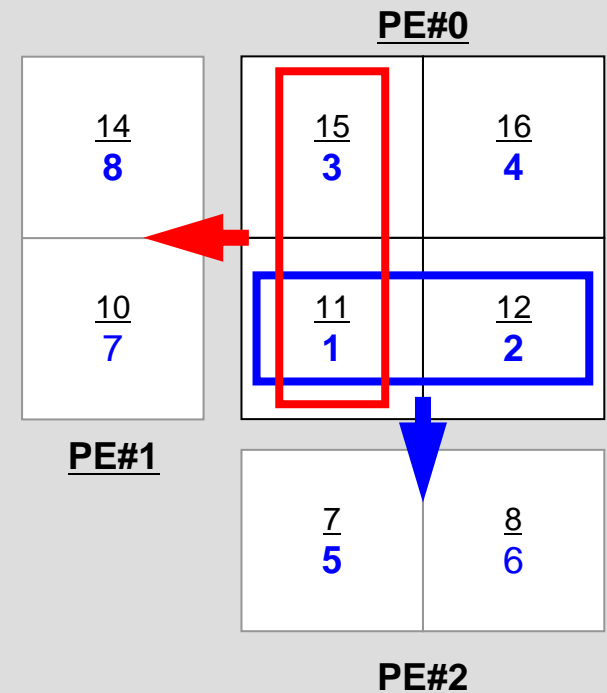
局所分散通信ファイル(comm.0)

送信テーブル, 境界点情報

```

#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1  2
#IMPORT index
  2  4
#IMPORT items
  7  8  5  6
#EXPORT index
  2  4
#EXPORT items
  1  3  1  2
#INTERNAL NODE
  4
#TOTAL NODE
  8
#GLOBAL NODE ID
  11 12 15 16  7  8
  10 14

```

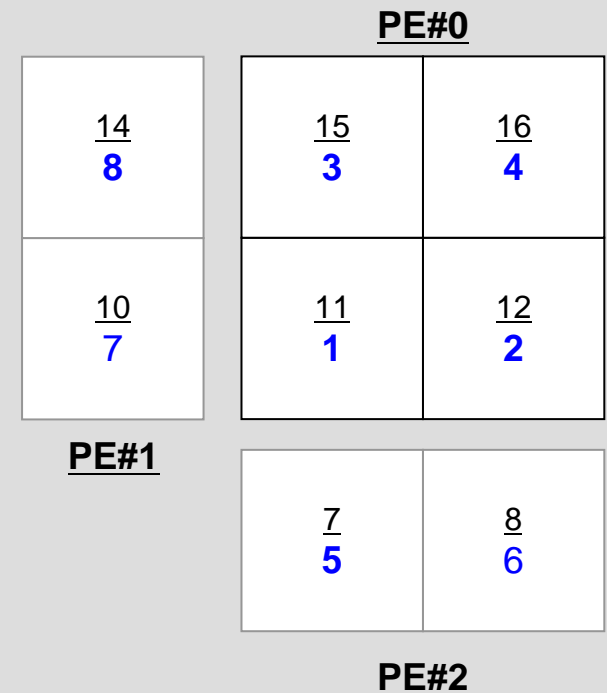


局所分散通信ファイル(comm.0)

内点数, 総要素数(内点+外点), 全体要素番号

```
#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1  2
#IMPORT index
  2  4
#IMPORT items
  7  8  5  6
#EXPORT index
  2  4
#EXPORT items
  1  3  1  2
#INTERNAL NODE
  4
#TOTAL NODE
  8
#GLOBAL NODE ID
  11 12 15 16 7 8
  10 14
```

全体要素番号(局所番号順)



- FVMにおける並列計算と局所データ構造の考え方
- 領域分割手法について
- eps_fvmにおける領域分割機能 : eps_fvm_part
- **eps_fvm 「並列化」に向けて**

「eps_fvm」並列化に向けて

```
program eps_fvm
use hpcmw_eps_fvm_all

implicit REAL*8 (A-H,O-Z)

call hpcmw_eps_fvm_init
call hpcmw_eps_fvm_input_grid
call poi_gen
call hpcmw_eps_fvm_solver
call output_ucd

call hpcmw_eps_fvm_finalize

end program eps_fvm
```

「eps_fvm」並列化に向けて

- hpcmw_eps_fvm_input_grid
 - 並列分散メッシュデータ
 - 並列分散通信データ
- poi_gen
 - この部分は(多分)変更不要
- hpcmw_eps_fvm_solver
 - 課題S3と同様の方法
- output_ucd
 - 並列分散処理について考慮する必要あり